



ALGORITMOS GENÉTICOS E PROGRAMAÇÃO MATEMÁTICA NÃO LINEAR NA OTIMIZAÇÃO DE CURVA-CHAVE

Francisco F. N. Marcuzzo¹

Resumo – Faltam boas, práticas e consistentes orientações básicas para calibragem segura de dados da relação observada com mais frequência de equação potencial entre cota e vazão de postos fluviométricos, ressaltando a importância de novos estudos que auxiliem o entendimento metodológico dos processos matemáticos envolvidos e das novas ferramentas computacionais disponíveis. O objetivo deste trabalho foi estudar a utilização de ferramentas de otimização, disponíveis em planilhas de gerenciamento de dados, na melhoria dos coeficientes de equação da curva-chave, visando à obtenção de melhores parâmetros de avaliação qualitativa do ajuste. A estação fluviométrica localiza-se na bacia do Rio Uruguai (sub-bacia 75). Suas coordenadas geodésicas são $-28^{\circ}39'25''S$ e $-54^{\circ}27'32''W$, altitude de aproximadamente 200 metros e uma área de drenagem de 936km^2 , possui registros de cotas e descarga líquida desde novembro de 1941. Entre as cinco técnicas de otimização da curva-chave, a que mais ajustou a curva com relação aos três principais parâmetros qualitativos testados foi a de minimizar a soma dos desvios relativos visando o maior balanceamento da curva, para que ela passasse o mais no meio possível dos pontos medidos. O melhor método de otimização avaliada foi a programação matemática não linear. Conclui-se que as novas metodologias matemáticas e as novas ferramentas computacionais vêm acarretar mais facilidade para o hidrólogo, contudo, ao menos por enquanto, não substitui o conhecimento heurístico do hidrólogo na obtenção de melhores resultados.

Palavras-Chave – vazão, fluviometria, relação cota e descarga líquida.

GENETIC ALGORITHMS AND MATHEMATICAL NONLINEAR PROGRAMMING IN STAGE-DISCHARGE CURVE OPTIMIZATION

Abstract – Shortage of good, consistent practices and basic guidelines for safe calibration ratio data observed more potential equation in frequency between quota and flow fluviometric stations, highlighting the importance of new studies that contribute to the methodological understanding of the mathematical processes involved and new computational tools available. The objective of this work was to study the use of optimization tools available in data management spreadsheets, improving the rating curve of the equation coefficients, in order to obtain the best parameters of qualitative evaluation of the curve fit. The fluviometric station with liquid discharge measurement used in this study is located in the Rio Uruguay, the sub-basin 75. His geodetic coordinates are $-28^{\circ}39'25''S$ and $-54^{\circ}27'32''W$, altitude of approximately 200 meters and a 936km^2 of drainage area, has quotas records and liquid discharge since November 1941. Among the five key curve optimization techniques, which more fitted the curve with respect to the three main qualitative parameters was tested to minimize the sum of the deviations aimed at greater balancing of the curve, for it to pass as possible in the middle of the measured points. The best optimization method was evaluated as non-linear mathematical programming. It was conclude that the new mathematical methods and new computational tools have lead more easily to the hydrologist, however, at least for now, does not replace the heuristic knowledge of the hydrologist in getting better results.

Keywords – flow, fluviometric, discharge rating curve.

1) Pesquisador em Geociências, CPRM / SGB - Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais / Serviço Geológico do Brasil - Rua Banco da Província, nº105 - Santa Teresa - Porto Alegre/RS - CEP 90840-030, Tel.:(51)3406-7300. francisco.marcuzzo@cprm.gov.br.



1. INTRODUÇÃO

A procura por uma maior exatidão de dados fluviométricos é de essencial importância para se diminuir as incertezas intrínsecas a coleta destas informações em campo, ou seja, da relação entre a área do perfil de medição e a velocidade da descarga líquida do canal, seja ele natural ou não. A curva-chave possui fundamental importância para se converter dados de cota (diária, horária ou de minutos) em vazão (estimada), o que impulsiona pesquisadores de hidrologia a manterem constante estudo nas diferentes metodologias e nas novas ferramentas computacionais visando aumentar a credibilidade do ajuste dos coeficientes das equações objetivando-se obter dados mais críveis.

São vários os recursos matemáticos disponíveis para o hidrólogo no seu trabalho diário e no desenvolvimento da pesquisa hidrológica, contudo, a utilização de gráficos de dispersão de dados hidrológicos ocupa uma posição de importância dentre as inúmeras ferramentas disponíveis. Equacionar esta relação cartesiana entre dados hidrológicos e/ou dados físicos e/ou geomorfológicos, que os gráficos de dispersão destas variáveis fornecem é de suma importância para o hidrólogo compreender o fenômeno (MARCUSO, 2014).

Collischonn & Dornelles (2013) citam que as medições de vazão são realizadas com o objetivo de determinar a relação entre o nível da água do rio em uma seção e a sua vazão. Esta relação é denominada curva-chave, sendo possível transformar medições diárias de cota, que são relativamente baratas, em medições diárias de vazão. Em um estudo sobre medidores de vazão não convencionais em rio, Maldonado e Wendland (2013) concluíram que, de modo geral, o medidor eletromagnético apresentou bons resultados, considerando-o de baixo custo, principalmente em locais que apresentam remanso e em locais com velocidades inferiores a $0,20\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$. Jaccon e Cudo (1989) relatam que o estudo da relação cota-descarga, caracterizada por um período de validade e uma faixa de amplitude entre as cotas mínimas e máximas observadas, é realizado a partir de uma série de informações, uma cronologia de cotas e certo número de medições de descarga.

Gamaro *et al.* (2014) dissertam que os métodos para a determinação da velocidade e da área da seção transversal de fluxo de água em canais abertos, e conseqüentemente vazão, são normatizados pelo padrão internacional ISO 748:2007 da *International Standard Organization*. Os autores também relatam que o método área-velocidade, utilizado para calcular a vazão em rios, requer que seja realizada uma medição de velocidades em diversas verticais ao longo da largura do rio, e em diferentes profundidades para cada vertical. Segundo Sefione (2001) a curva-chave é a ferramenta criada para determinação dos valores do nível d'água (cota) numa dada seção de um curso d'água. Essa informação é necessária para se obter mínimas e máximas, como o desenvolvido por Sefione *et al.* (2001), que são, não raro, o ponto chave de muitos estudos hidrológicos. Na avaliação de dados gerados pela curva-chave Bartels *et al.* (2010) mostram a importância de se analisar bem a validade de uma curva-chave antes de simplesmente utilizá-la e que pode ser necessário estabelecer mais de uma curva-chave para o intervalo de cotas observado ao longo da série, a fim de melhorar a representação dos dados medidos. Reitz e Dias (2014) citam que O traçado de curvas-chave em estações instáveis pode ser atividade bastante complexa, especialmente quando os dados de medições de vazão apresentam distorções, resultantes de efeitos de remanso.

O objetivo deste trabalho foi analisar a utilização de ferramentas de otimização, disponíveis em planilhas de gerenciamento de dados, na melhoria dos coeficientes da equação da curva-chave visando à obtenção de melhores fatores de avaliação qualitativa do ajuste da curva.

2. MATERIAL E MÉTODOS

2.1. Caracterização geral da região de localização da estação fluviométrica

A estação fluviométrica com medição de descarga líquida (FD) utilizada neste estudo esta localizada na bacia do Rio Uruguai (Figura), que em sua parte brasileira, é denominada bacia 7 (ANA, 2009) pela classificação da Agência Nacional de Águas (ANA). A bacia hidrográfica do Rio

Uruguai (número 7) faz parte da região hidrográfica de número 11, chamada Região Hidrográfica do Uruguai. Os principais rios da sub-bacia 75 são: Uruguai, Ijuí, Piratini, Icamapuã e Santa Maria.

A precipitação pluviométrica média anual nas sub-bacias da bacia do Rio Uruguai varia de 1.455,4mm.ano⁻¹ na sub-bacia 77 até 1.964,2mm.ano⁻¹ na sub-bacia 73, segundo os dados apresentados por Pinto *et al.* (2011) e interpretados para este estudo. Os 15 postos pluviométricos apresentados na sub-bacia 75 pelo projeto Atlas Pluviométrico do Brasil (PINTO *et al.*, 2011) apresentaram uma média de precipitação pluviométrica entre os meses do ano de 152,0mm. Um estudo detalhado da chuva de uma sub-bacia próxima, a 87, é apresentado por Simon *et al.* (2013).

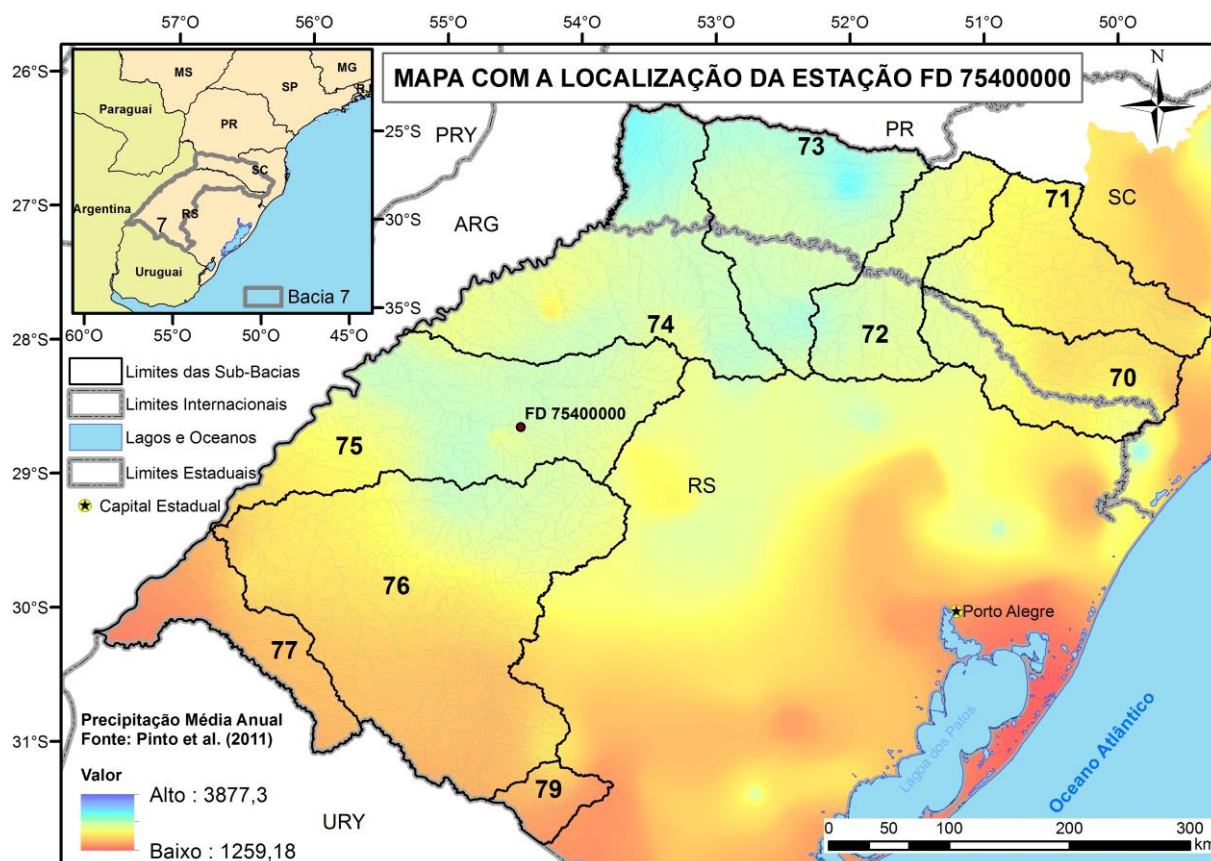


Figura 1 - Localização da estação 75400000 na sub-bacia 75, pertencente à bacia do Rio Uruguai.

2.2. Caracterização geral da estação fluviométrica com medição de descarga líquida utilizada

A estação fluviométrica (Figura 2), com medição de descarga líquida, utilizada neste estudo foi a Passo dos Dias (75400000), cujos dados inventariais, medições de vazões e cotas observadas foram obtidas do sistema HidroWeb (BRASIL, 2013), em janeiro de 2015.



Figura 2 - Visualização da localização da estação 75400000 no Rio Piratini (GOOGLE, 2013).

A estação esta localizada no município de Santo Ângelo/RS, na bacia do Rio Uruguai (7), na sub-bacia 75 (Figura), que tem o próprio Rio Uruguai e o Rio Ijuí seus principais formadores. Suas coordenadas geodésicas são $-28^{\circ}39'25''S$ e $-54^{\circ}27'32''W$, com uma altitude de aproximadamente 200 metros e uma área de drenagem de 936km^2 , segundo o inventário da ANA de 01/2015. Possui registros de cotas e descarga líquida desde novembro de 1941, e qualidade da água desde novembro de 2002. O perfil transversal (Figura 3) é de 08/05/2013, com distância entre o ponto inicial (PI) e ponto final (PF) de 200,26m, cota mínima de -37cm e cota máxima de 1.149cm. Melati e Marcuzzo (2014) constataram a grande frequência com que falhas de transcrição de dados fluviométricos aparecem, e como em alguns casos podem influenciar as características hidráulicas da seção transversal de um rio. Ainda que no estudo a maioria dos perfis transversais corrigidos pouco modificaram as condições do leito, alguns erros grosseiros podem estar presentes aumentando a incerteza do estudo. Maior, média e menor cota observada, na estação Passo dos Dias (75400000), em toda série histórica (01/11/1941 a 31/10/2014) foram, respectivamente (cm): 945 (em 02/05/1973, mostrada na Figura 2), 90 e 0 (de 24/05/1949 a 01/06/1949). A maior, a média e a menor cota observada na série histórica (01/01/2008 a 31/10/2014) da curva-chave confeccionada e ajustada foram respectivamente (cm): 830 (em 19/01/2010), 95 e 39 (de 4 a 5/04/2012 e de 10 a 12/05/2012). A maior cota com medição de vazão, foi de 285cm (Figura 3), medida em 14/12/2012.

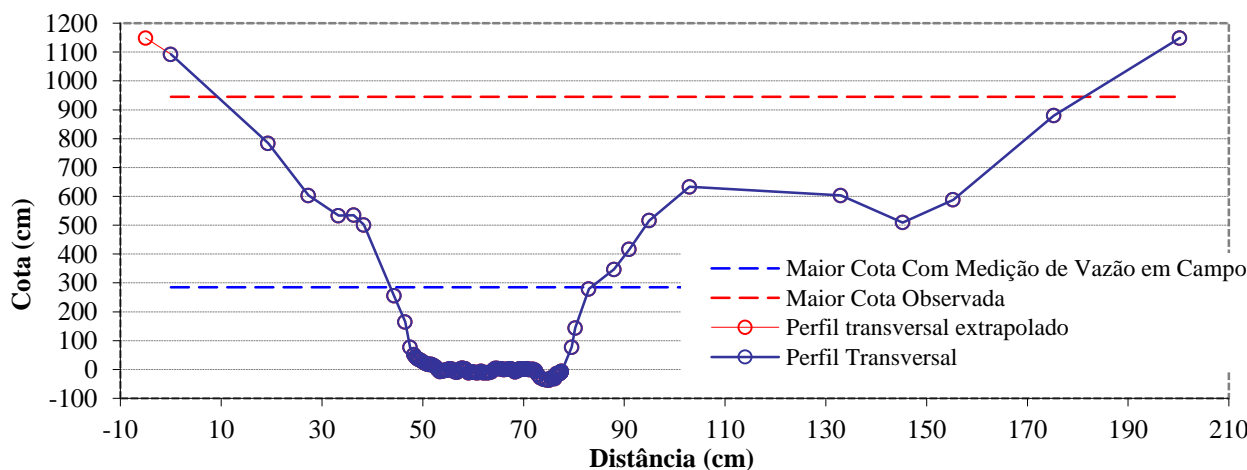


Figura 3 - Perfil transversal da estação FD 75400000 no Rio Piratinim.

2.4. Otimização por programação matemática não linear (PMNL) e algoritmos genéticos (AG)

Problemas de otimização matemática são aqueles que se determinam os valores extremos de uma equação matemática, ou seja, o maior ou o menor valor que uma função pode assumir em um dado intervalo, com ou sem restrições. Para modelar e resolver o ajuste de curvas de calibração entre cota e vazão de um rio, é necessário o conhecimento envolvendo máximos e mínimos de funções quadráticas e inequações de segundo grau. Algoritmos de PMNL podem não ter solução em um número finito de passos, mas espera-se que a sequência gerada afluja para um mínimo local. Já os AG podem também não ter solução em um número finito de passos, mas espera-se que a sequência gerada convirja para um mínimo global. Um maior detalhamento teórico sobre PMNL e AG pode ser estudado em Marcuzzo (2008), Marcuzzo e Wendland (2010; 2014) e Ferreira (2012).

3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

As curvas-chave apresentadas na Tabela 1 e na Figura 4 foram traçadas considerando 21 medições de vazão no período de 01/01/2008 a 31/12/2014, totalizando sete anos de dados.

No objetivo 1 procurou-se minimizar a soma dos desvios absolutos sem restringir o maior desvio. Observa-se na Tabela 1 que esse objetivo resultou no menor somatório de desvio absoluto e



relativo entre os cinco testados, contudo observou-se os maiores desvios unitários entre a vazão calculada e a observada. Considerou-se este o pior resultado dos objetivos testados. No objetivo 2 tentou-se minimizar a soma dos desvios absolutos sem restringir o maior desvio, sendo esta técnica a que melhor resultou em menor valor para o maior desvio absoluto verificado entre as vazões observadas com as calculadas para o AG. Contudo a soma dos desvios absolutos e relativos foram os piores para o AG. No objetivo 3 tentou-se minimizar o maior desvio absoluto sem restringir o maior desvio ou a soma dos desvios absolutos, o que resultou, para a PMNL, no menor valor do maior desvio absoluto verificado entre as vazões observadas com as calculadas de todos os objetivos testados. No objetivo 4 tentou-se minimizar a soma dos desvios absolutos restringindo paulatinamente para menores valores o maior desvio absoluto e ajustando a curva para que ela passe entre e mais próximo possível de algumas medições. Optou-se por minimizar o desvio da medição de vazão com maior cota para que a extrapolação ficasse mais ajustada. Os resultados apresentados foram satisfatórios, contudo aquém do testado nos objetivos 3 e 5. No objetivo 5 procurou-se minimizar a soma dos desvios relativos visando o maior balanceamento da curva, para que ela passe o mais no meio possível dos pontos medidos. Como se sabia que a curva estava balanceada para baixo, com valores negativos como observado na Tabela 1, optou-se por maximizar a somatória dos desvios relativos. Segundo Maldonado *et al.* (2014) a decisão de escolher a melhor curva comparada a outra existente (ou a uma tabela de calibragem) é baseada nos desvios de vazão estimados pela curva comparada à vazão medida. Os autores citam que a melhor equação que descreve o comportamento hidráulico da seção é aquela que apresenta os menores desvios de vazão ao longo do período. Portanto, seguindo o princípio de levar em consideração o valor do desvio absoluto máximo entre as vazões observadas e a calculadas, além da somatória dos desvios absolutos e do somatório dos desvios relativos (que mostram o ajuste da curva entre os pontos), escolheu-se como melhor curva-chave a PMNL resultante do quinto objetivo (Tabela 1 e Figura 4).

Tabela 1 - Coeficientes das equações potenciais das curvas-chaves com o ajuste otimizado por PMNL e AG e seus respectivos parâmetros qualitativos.

Ajuste	<i>a</i>	<i>h</i> ₀	<i>n</i>	r ² (Qcalc / Cota)	r (Qcalc / Cota)	Σ Desvios (%)	Σ Desvios Absolutos (%)	> Desvio Abs. (%)	< Desvio Abs. (%)	D.A.N. M.V.C. M.C. ¹ (%)
Objetivo 1: Minimizar a soma dos desvios absolutos sem restringir o maior desvio										
PMNL	35,9	0,29	1,564	0,963	0,982	28,0	241,9	36,3	0,0	22,4
AG	34,8	0,27	1,619	0,959	0,979	8,0	242,9	34,4	0,2	26,1
Objetivo 2: Minimizar o maior desvio absoluto sem restringir o maior desvio ou a soma dos desvios absolutos										
PMNL	35,9	0,30	1,556	0,963	0,981	-71,9	259,8	27,1	0,3	20,3
AG	34,2	0,28	1,612	0,959	0,979	-113,2	273,6	24,4	0,8	22,0
Objetivo 3: Minimizar a soma dos desvios absolutos restringindo aos poucos para menores valores o maior desvio										
PMNL	34,4	0,28	1,618	0,958	0,979	-114,4	274,7	23,6	0,8	23,6
AG	34,1	0,28	1,634	0,957	0,978	-100,6	270,4	24,9	1,1	24,8
Objetivo 4: Minimizar a soma dos desvios absolutos restringindo paulatinamente para menores valores o maior desvio absoluto e ajustando a curva para que ela passe entre e mais próximo possível de algumas medições										
PMNL	33,6	0,30	1,525	0,966	0,983	-150,1	283,0	25,0	0,2	9,5
AG	33,6	0,30	1,533	0,966	0,983	-147,3	282,1	25,0	0,2	10,4
Objetivo 5: Minimizar a soma dos desvios relativos visando o maior balanceamento da curva, para que ela passe o mais no meio possível dos pontos medidos										
PMNL	35,4	0,29	1,606	0,959	0,979	-86,2	265,8	25,0	1,5	25,0
AG	33,5	0,27	1,646	0,956	0,978	-109,2	273,0	24,8	0,3	24,5

¹ D.A.N.M.V.C.M.C. – Desvio Absoluto na Medição de Vazão na Maior Cota (%).

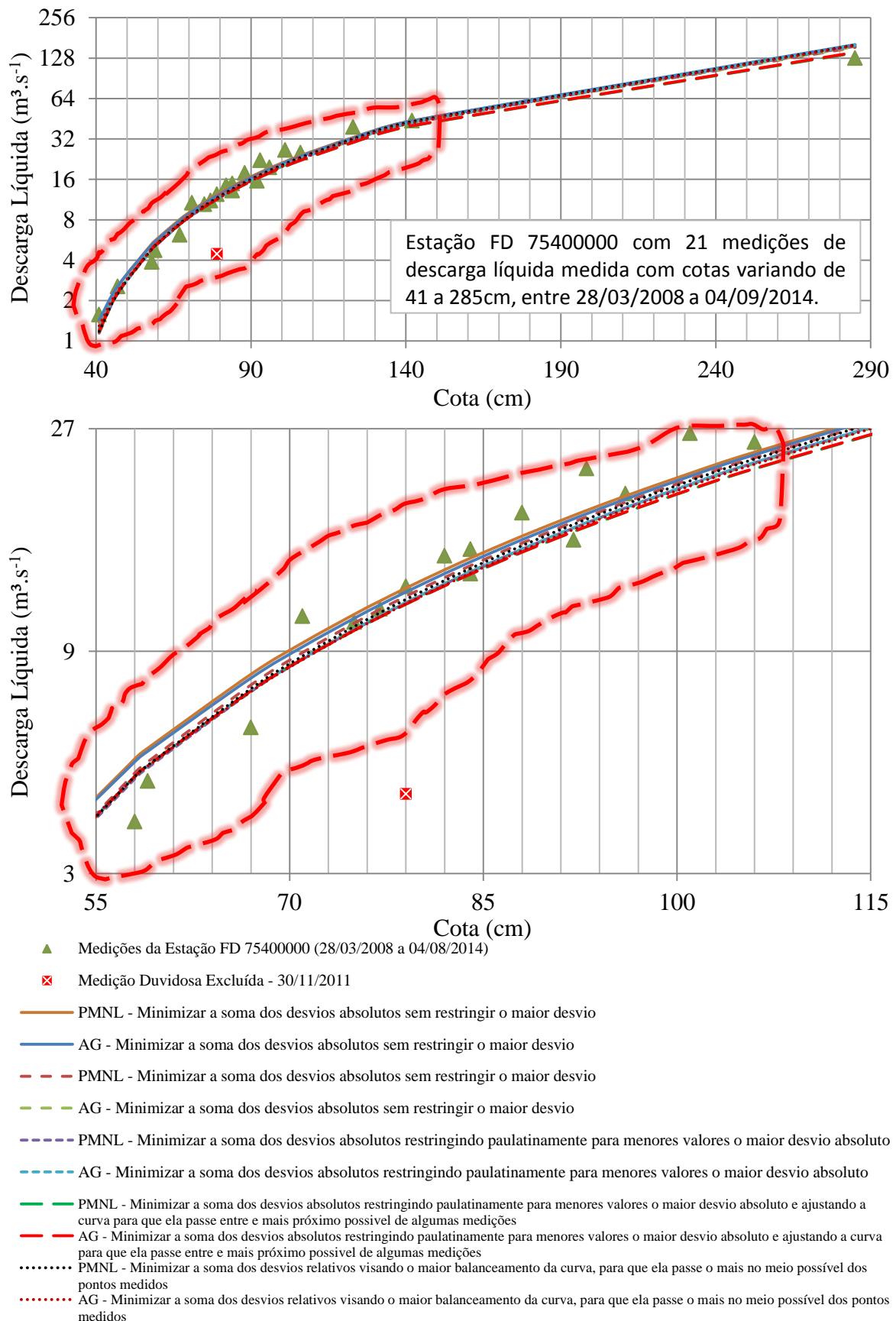


Figura 4 – Curva-chave da estação FD 75400000, com os eixos da ordenada logaritmizados.



4. CONCLUSÃO

Entre as cinco técnicas de otimização da curva-chave, a que mais ajustou a curva com relação aos principais parâmetros testados (soma dos desvios relativos, absolutos e maior desvio absoluto unitário) foi a de minimizar a soma dos desvios relativos visando o maior balanceamento da curva, para que ela passasse o mais no meio possível dos pontos medidos. A melhor metodologia de otimização foi a PMNL. Conclui-se que, para um melhor ajuste da curva-chave, as novas metodologias matemáticas e as novas ferramentas computacionais vêm acarretar mais facilidade para o hidrólogo, contudo, ao menos por enquanto, não substitui o conhecimento heurístico humano na obtenção de melhores resultados. Com as diferentes possibilidades de metodologias de otimização, ferramentas computacionais e a heurística do hidrólogo no ajuste de curva-chave, verifica-se também a necessidade de atrelar a curva-chave ao nome do analista que a concebe. Este procedimento não traria só o reconhecimento, mas principalmente atrelaria o nome do hidrólogo à responsabilidade que a geração de vazão pela curva-chave tem para as demais informações e projetos que o conhecimento da vazão diária máxima, média e mínima acarreta.

AGRADECIMENTO

O autor agradece a CPRM/SGB (Companhia de Pesquisa Recursos Minerais) pelo fomento.

REFERÊNCIAS

- AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Análise de consistência de dados fluviométricos de estações de monitoramento da ANA localizadas na bacia hidrográfica do Rio Purus (sub-bacia 13)**. Nota Técnica nº 245/2011/SGH-ANA. 30 de setembro de 2011.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Inventário das estações fluviométricas**. 2. ed. DF, 2009.
- AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Sistema para Gerenciamento de Dados Hidrológicos**. Versão Hidro 1.2, compilação 1.2.1.286. Brasília: ANA, 2014. Disponível em: <<http://hidroweb.ana.gov.br/>>. Acesso em: 23 jan. 2015.
- BARTELS, G. K.; BESKOW, S.; AQUINO, L. S.; TAVARES, V. E. Q.; TIMM, L. C. Avaliação dos dados de vazão gerados pela curva-chave no Arroio Pelotas (Ponte Cordeiro de Farias). In: XIX Congresso de Iniciação Científica, 2010, Pelotas. **Anais...** 2010. Disponível em: <http://wp.ufpel.edu.br/rhima/files/2010/09/CIC-UFPEL-2010_01028.pdf>. Acesso: 28 Jan. 2015.
- BRASIL. Agência Nacional de Águas. **Hidroweb**. Sistema de informações hidrológicas. 2013. Disponível em: <<http://hidroweb.ana.gov.br/>>. Acesso em: 11 ago. 2014.
- COLLISCHONN W.; DORNELLES F. **Hidrologia para engenharias e ciências ambientais**. Vol. 1. Porto Alegre: Ed. Universidade/UFRGS: ABRH. 310p.
- FERREIRA, P. A. V. **Otimização Não-linear**. 2002. Disponível em <<http://www.dt.fee.unicamp.br:80/~valente/ia543.html>>. Acesso em 12 fev. 2015.
- GAMARO, P. E.; MALDONADO, L. H.; SANTOS, J. M. Comparativo entre medições de vazão com micromolinete e flowtracker para a estação São Francisco Falso. In: XX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2013, Bento Gonçalves. **Anais...** Porto Alegre: ABRH. Disponível em: <https://www.abrh.org.br/sgcv3/UserFiles/Sumarios/579cd3a94951f7f86576318234b74346_3e706bdeb90ccc5bb34257e08bd60429.pdf>. Acesso em: 28 Jan. 2015.
- GOOGLE. **Google Earth**, 7.1.2.2041. [S.l. : s.n.], Compilação de 10/7/2013. 2013. Disponível em: <<http://www.google.com.br/intl/pt-BR/earth/>> Acesso em: 12 fev. 2015.
- INDIA. **How to establish stage discharge rating curve**. Training module # SWDP – 29. New Delhi: Hydrology Project, 1999.
- JACCON, G.; CUDO, K. J. **Curva-chave: análise e traçado**. Brasília: DNAEE, 273p.
- MALDONADO, L. H.; GAMARO, P. E.; SANTOS, J. M.; SANTOS, F. A. M. Alteração de curva-chave devido a assoreamento: caso da Estação de Flórida, MS. In: XI ENES, 2014, **Anais...** João



- Pessoa. XI ENES, 2014. Disponível em: <https://www.abrh.org.br/sgcv3/UserFiles/Sumarios/5017322205a6ee548ab306876bfd35fb_fc8e1745328977f048ed9ebab8685ee6.pdf>. Acesso em: 28 Jan. 2015.
- MALDONADO, L. H.; WENDLAND, E. Aplicação de medidores de vazão não-convencionais em rios: eletromagnético e vertedor circular móvel. In: XX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2013, Bento Gonçalves. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2014. p. 1-8. Disponível em: <https://www.abrh.org.br/sgcv3/UserFiles/Sumarios/e62af33544f06382bbefac354d6cc03f_26c78165c859500fad1245dab3f44617.pdf>. Acesso em: 28 Jan. 2015.
- MARCUZZO, F. F. N. Modelagem Hidrológica Utilizando Regressão: Conceituação Matemática, Logaritmização e Avaliação. In: XII Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, 2014, Natal. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2014. p. 1-10. Disponível em: <<http://www.abrh.org.br/xiisrh/anais/papers/PAP018282.pdf>>. Acesso em: 28 Jan. 2015.
- MARCUZZO, F. F. N. Sistema de otimização hidráulica e econômica de rede de irrigação localizada usando algoritmos genéticos. **Tese de doutorado**. EESC/USP, São Carlos, 361 p. 2008. Disponível em: <<http://www.teses.usp.br/teses/disponiveis/18/18138/tde-11112008-091041/pt-br.php>>. Acesso: 12 fev. 2015.
- MARCUZZO, F. F. N.; WENDLAND, E. Efeito da variação na tarifação pelo uso da água no dimensionamento otimizado de rede de irrigação localizada usando algoritmos genéticos. **Revista Brasileira de Recursos Hídricos**, 15, 109-118. 2010. Disponível em: <https://www.abrh.org.br/sgcv3/UserFiles/Sumarios/0965dabc71f46b05537f68871d5ed280_de994387275c4b2e6327350b0de23f65.pdf>. Acesso em 12 fev. 2015.
- MARCUZZO, F. F. N.; WENDLAND, E. The Optimization of irrigation networks using genetic algorithms. **Journal of Water Resource and Protection**, 2014, 6, 1124-1138. Disponível em: <<http://dx.doi.org/10.4236/jwarp.2014.612105>>. Acesso em 12 fev. 2015.
- MELATI, M. D. MARCUZZO, F. F. N. Estudo de Perfis de Estações Fluviométricas: Transcrições de Campo, Ajuste de Escritório e Efeito nos Atributos Hidráulicos. In: XII Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, 2014, Natal. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2014. p. 1-10. Disponível em: <<http://www.abrh.org.br/xiisrh/anais/papers/PAP018475.pdf>>. Acesso em: 28 Jan. 2015.
- PINTO, E. J. de A.; AZAMBUJA, A. M. S. de; FARIAS, J. A. M.; SALGUEIRO, J. P. de B.; PICKBRENNER, K. (Coords.). **Atlas pluviométrico do Brasil: isoietas mensais, isoietas trimestrais, isoietas anuais, meses mais secos, meses mais chuvosos, trimestres mais secos, trimestres mais chuvosos**. Brasília: CPRM, 2011. 1 DVD. Escala 1.5:000.000. SIG - versão 2.0 - atualizada em 11/2011; Levantamento da Geodiversidade do Brasil. Disponível em: <http://www.cprm.gov.br/publique/media/Isoietas_Totais_Anuais_1977_2006.pdf>. 3 dez. 2014.
- REITZ, K.; DIAS, S. F. Calibragem de curva-chave de estação instável pelo método do desnível normal. Estudo de caso: Estação Bacaba, código 13886000, no Rio Tapauá, na bacia hidrográfica do Rio Amazonas. In: XII Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, 2014, Natal. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2014. p. 1-8.
- SEFIONE, A. L. Estudo comparativo de métodos de extrapolação superior de curvas-chave. **Dissertação de Mestrado**. Porto Alegre: IPH/UFRGS, 2001. 96p.
- SEFIONE, A. L.; MEDEIROS, J. D.; DORNELLES, A. M.; GOLDENFUM, J. A. Metodologia de pseudo-extrapolação para avaliação de métodos de extrapolação superior de curvas-chave. In: XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Aracaju. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2001. p. 1-13.
- SIMON, F. W.; PICKBRENNER, K.; MARCUZZO, F. F. N. Estudo do regime pluvial e fluvial em bacia hidrográfica com precipitação homogênea. In: Simpósio Brasileiro De Recursos Hídricos, 20. 2013, Bento Gonçalves. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2013. p. 1-8. Disponível em: <http://www.abrh.org.br/SGCV3/UserFiles/Sumarios/22de4a642c2c18259e4809409096e0ff_6f2356d4ea7d3fcaba0d55bad04ebea4.pdf>. Acesso em: 30 dez. 2013.