

# FUNÇÕES DE IMPULSO E RESPOSTA APLICADAS À MODELAGEM DE NÍVEIS FREÁTICOS EM ÁREA DE RECARGA DO SISTEMA AQUÍFERO GUARANI

*Rodrigo L. Manzione<sup>1</sup>; Francisco F. N. Marcuzzo<sup>2</sup> & Edson Wendland<sup>3</sup>*

**RESUMO** - O monitoramento dos recursos hídricos subterrâneos fornece informações para o planejamento e uso sustentável da água, atendendo a demanda sem afetar a oferta e não comprometendo reservas importantes do sistema aquífero. Na modelagem desse tipo de fenômeno é necessário considerar as variações climáticas sazonais para que seja caracterizada a dinâmica do sistema. O objetivo desse trabalho foi verificar a aplicabilidade de modelos de séries temporais para caracterizar a relação entre precipitação e variação de nível freático na bacia do Ribeirão da Onça, Brotas-SP, pertencente à área de recarga do Sistema Aquífero Guarani. Para isso foi utilizado o modelo PIRFICT, uma alternativa a modelos de função de transferência de ruído em intervalos de tempo discretos, que usa funções de impulso e resposta para caracterizar a relação dinâmica entre o excedente hídrico e os níveis freáticos. Foram analisados dois poços de monitoramento freático localizados sob os mesmos substratos geológicos, tipo e uso do solo, porém com profundidades diferentes. Os resultados demonstram que a forma das funções de impulso e resposta calibradas para cada caso variam conforme a profundidade dos níveis e o tempo de dispersão da percolação da água na zona não saturada até causar reação no sistema aquífero.

**ABSTRACT** - Water resources monitoring provides information for planning and sustainable use of water. It should be done serving the demand without affect the offer, and also not compromising important aquifer reserves. To model this kind of phenomenon is necessary to consider seasonal climate variations to characterize the system dynamics. The aim of this work was verify the applicability of time series models to characterize the relationship between precipitation surplus and water table depths at Ribeirão da Onça basin, municipality of Brotas-SP. This basin belongs to Guarani Aquifer System recharge area. For this purpose we used an alternative to transfer function noise models in discrete intervals, the so called PIRFICT (Predefined Impulse Response Function In Continuous Time) model,. The model uses impulse response function to model the dynamic relationship between precipitation surplus and water table depths. We analyzed two monitoring wells, located under same geological strata, soil type and land use, differing only in their depths. The results showed the shape of impulse response functions calibrated for each well varying according to water table depths and dispersion time of water percolation through the unsaturated zone until it cause reaction in the aquifer system.

**Palavras-chave:** monitoramento, séries temporais, modelo PIRFICT.

---

<sup>1</sup> Prof. Assistente Dr., UNESP/Ourinhos. Av. Vitalina Marcusso, nº1500, CEP 19910-206, Ourinhos (SP). Fone: (14) 3302-5716 [manzione@ourinhos.unesp.br](mailto:manzione@ourinhos.unesp.br)

<sup>2</sup> Pesquisador em Geociências Dr., CPRM - Serviço Geológico do Brasil – Goiânia/GO. [fmarcuzzo@gmail.com](mailto:fmarcuzzo@gmail.com)

<sup>3</sup> Prof. Associado Dr., Departamento de Hidráulica e Saneamento - EESC-USP/São Carlos-SP. [ew@sc.usp.br](mailto:ew@sc.usp.br)

## 1 - INTRODUÇÃO

Mudanças da disponibilidade de recursos hídricos apresentam impactos no meio ambiente e na ocupação do solo pela agricultura e demais atividades antrópicas. O volume explotável de um aquífero é uma variável de decisão a ser determinada como parte de um plano de gestão do sistema de águas de uma região, uma vez que os recursos hídricos possuem influências muitas vezes em nível regional, municipal, estadual e até mesmo federal, e não apenas no nível da bacia hidrográfica. Deve-se tomar cuidado na exploração desse tipo de recurso, já que a renovação das águas retiradas, ou recarga do aquífero, não se faz na mesma velocidade da extração. Isso pode resultar em uma exploração de partes das reservas permanentes do aquífero, com riscos até mesmo de exaustão quando a captação não é devidamente monitorada.

Modelos têm sido aplicados à descrição de fenômenos naturais por se tratarem de abstrações da realidade encontrada, uma tentativa de representação de uma ou todas as propriedades de um fenômeno, sistema ou objeto, que tem com propósito compreender melhor a resposta de processos a partir de observações realizadas, ou mesmo deduzir efeitos (Tucci, 2005). Sua construção é uma tentativa de ganho em conhecimento sobre determinado fenômeno. À medida que o conhecimento sobre um processo se expande, a complexidade dos modelos tende a aumentar. Modelos estocásticos é uma maneira simples e elegante de se tratar dados hidrológicos (Hipel e McLeod, 1994). Sua principal vantagem em relação a modelos puramente determinísticos é permitir através de sua componente aleatória acessar informações sobre a incerteza associada às estimativas.

Prever a resposta de um aquífero (em termos de quantidade e qualidade) quanto às atividades de exploração propostas e em tempo hábil para gerar políticas racionais de exploração em determinada região é uma questão complicada, devido à complexidade dos processos envolvidos (Manoel Filho, 2000), fazendo com que muitas vezes a gestão de águas subterrâneas não seja incluída no planejamento e gestão de recursos hídricos. O Sistema Aquífero Guarani (SAG) constitui uma importante reserva mundial de água subterrânea. Só no Brasil, estima-se que 1.443 municípios se localizam na área do SAG (Borghetti *et al.*, 2004), constituindo uma área de grande importância econômica e apresentando diversos usos como urbano, industrial e rural. Em áreas dependentes das reservas de água subterrânea, os níveis de reserva hídrica podem se tornar críticos. Assim, existe a necessidade de que sejam feitas previsões seguras a respeito das oscilações dos níveis freáticos, que auxiliem no suporte a tomada de decisão no planejamento dos recursos hídricos. Um melhor conhecimento dos processos que ocorrem no sistema solo-planta-água-atmosfera visa o planejamento e o uso eficiente da água, além da redução dos impactos antrópicos negativos no uso da água.

O objetivo desse trabalho foi verificar a aplicação de modelos estocásticos baseados em observações e séries temporais para compreensão dos processos que ocorrem durante o ciclo hidrológico em área de recarga do Aquífero Guarani. São aplicados modelos de funções de transferência de ruído, utilizando séries de níveis freáticos, como variável endógena e séries de precipitação e evapotranspiração potencial, como variáveis exógenas. A relação entre as variáveis e conseqüentemente a dinâmica do sistema aquífero é determinada por funções de impulso e resposta, implementadas através do modelo PIRFICT (Predefined Impulse Response Function In Continuous Time) (Von Asmuth *et al.*, 2002).

## 2 - MATERIAIS E MÉTODOS

### 2.1 - Área de estudo

A Bacia do Ribeirão da Onça localiza-se na região do Município de Brotas-SP, no centro-norte do Estado de São Paulo, entre os paralelos 22°10' e 22°15' de latitude sul e entre os meridianos 47°55' e 48°00' de longitude oeste (Figura 1).

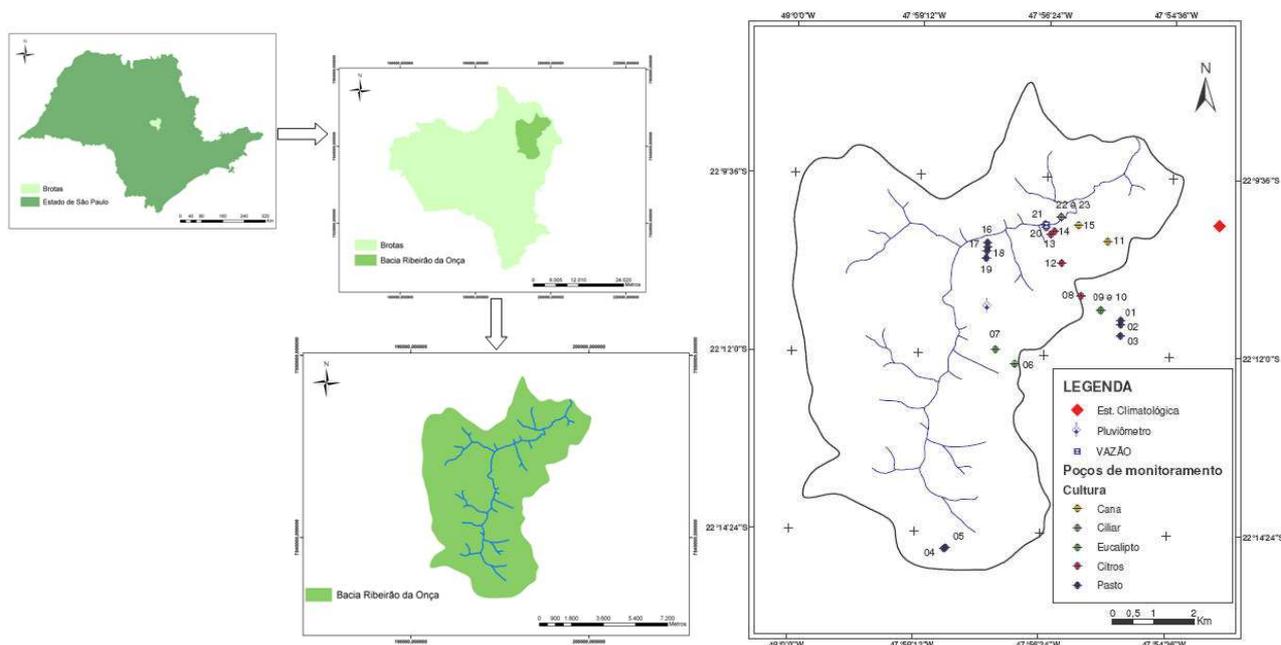


Figura 1 - Localização da Bacia do Ribeirão da Onça, Brotas-SP e distribuição dos poços.

O Ribeirão da Onça é um dos formadores do Rio Jacaré-Guaçu, afluente do Rio Tietê pela margem direita. A região pertence à área de afloramento do Aquífero Guarani e é de extrema importância por apresentar características representativas típicas da região de afloramento do SAG no Estado de São Paulo e devido a sua alta representatividade como possível área de recarga do sistema. Uma característica importante desta bacia é situar-se quase inteiramente em uma região de “XVIII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos”

afloramento da Formação Botucatu, podendo fornecer elementos de interesse para o aprofundamento dos conhecimentos sobre o comportamento do SAG. As regiões de afloramento são estratégicas para a sustentação do Aquífero e têm merecido atenção de diversos trabalhos no sentido de entender e avaliar a quantidade em que essa recarga ocorre.

## 2.2 - Dados disponíveis

Os níveis freáticos são observados em 23 poços distribuídos ao longo da bacia com uma frequência quinzenal (Figura 1). Os poços estão localizados em regiões de diferentes ocupações do solo na bacia (eucalipto, cana, pastagens e citros), permitindo observar as variações dos níveis freáticos sob diferentes exigências hídricas. O monitoramento dos níveis freáticos teve início em 2004 compondo uma série histórica contínua até 2009. A uma distância de 1,5 km (Barreto, 2006) encontra-se a Estação Climatológica do Centro de Recursos Hídricos e Ecologia Aplicada (CRHEA) da Universidade de São Paulo (USP) onde são registradas séries de precipitação e obtidos os dados climatológicos para a estimativa da evapotranspiração, utilizadas como variáveis explicativas no modelo de oscilação dos níveis freáticos. Os dados climáticos disponíveis na Estação Climatológica formam uma série temporal com início em 1974. As séries foram utilizadas a partir do início do monitoramento, em 02/03/2004. A precipitação no período é exibida na Figura 2.

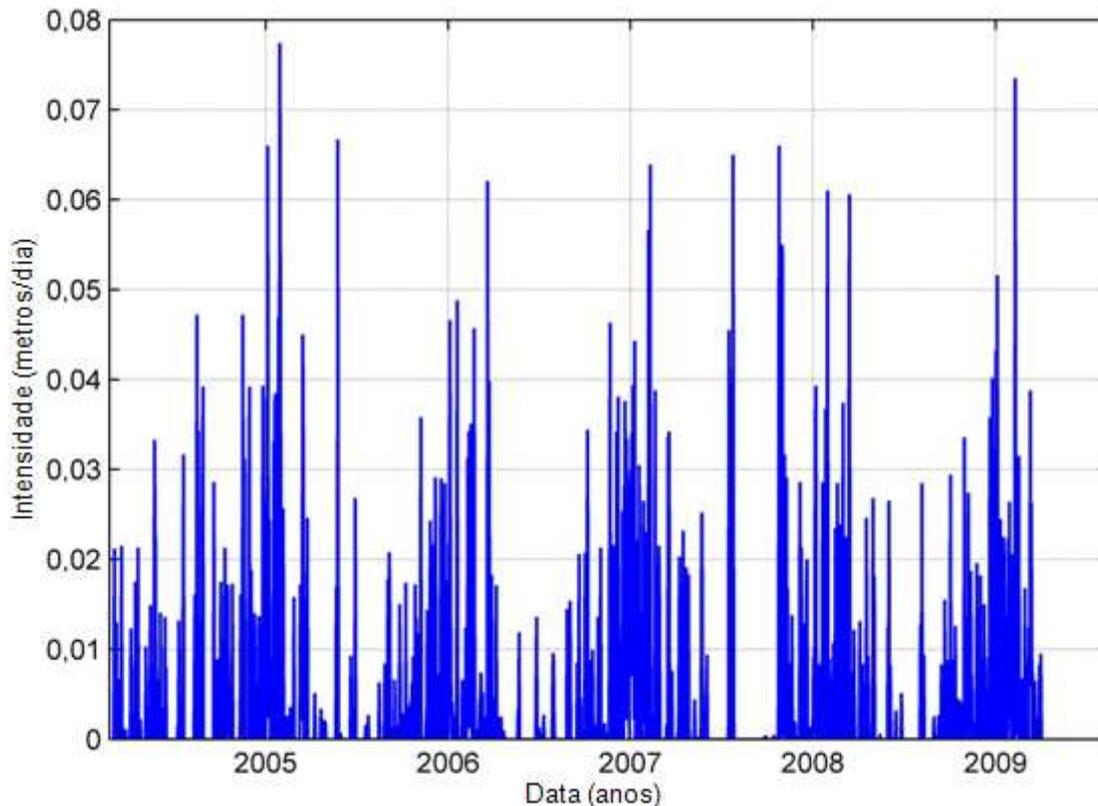


Figura 2 - Precipitação no período de 02/03/2004 a 03/04/2009.

A evapotranspiração potencial foi calculada pelo método de Penman-Monteith (1965):

$$ETP = \frac{1}{\lambda} \left[ \frac{\Delta(R_n + G) + 0,0864 \rho_a c_p \frac{D}{r_a}}{\Delta + \gamma \left(1 + \frac{r_d}{r_a}\right)} \right] (\text{mm.dia}^{-1}) \quad (1)$$

em que  $\lambda$  ( $2,5 \text{ MJ.kg}^{-1}$ ) é o calor latente de evaporação da água,  $\Delta$  ( $\text{kPa.K}^{-1}$ ) é o gradiente da curva de saturação de vapor d'água como uma função da temperatura do ar,  $R_n$  ( $\text{MJ.m}^{-2}.\text{dia}^{-1}$ ) é o saldo de radiação,  $G$  ( $\text{MJ.m}^{-2}.\text{dia}^{-1}$ ) é o fluxo vertical de calor no solo,  $\rho_a$  ( $\text{kg.m}^{-3}$ ) é a densidade do ar,  $D$  ( $\text{kPa}$ ) é o déficit de pressão de vapor d'água,  $c_p$  ( $1004 \text{ J.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) é o calor específico do ar,  $\gamma$  ( $\text{kPa.K}^{-1}$ ) é a constante psicrométrica,  $r_a$  ( $\text{s.m}^{-1}$ ) é a resistência aerodinâmica,  $r_d$  ( $\text{s.m}^{-1}$ ) é a resistência do dossel da planta e  $0,0864$  é o fator de conversão de ( $\text{J.s}^{-1}$ ) para ( $\text{MJ.dia}^{-1}$ ).

Para esse estudo foram selecionados os poços 4 e 5, localizados na cabeceira da bacia piloto de monitoramento (Figura 1). Esses poços encontram-se sob o mesmo domínio geológico, tipo de solo e cultivo (pastagem), diferindo apenas quanto à profundidade.

## 2.3 - Modelagem dos dados proposta

### 2.3.1 Modelos de séries temporais

Informações sobre a dinâmica de níveis freáticos são importantes para balancear os interesses econômicos e ecológicos quanto ao uso do solo e da água (Von Asmuth e Knotters, 2004). Em hidrologia, a dinâmica do lençol freático tem sido explicada de diversas formas. No campo das análises de séries temporais, modelos de função de transferência de ruído (transfer-function noise models-TFN) têm sido aplicados para descrever a relação dinâmica entre a precipitação excedente e os níveis freáticos (Box e Jenkins, 1976; Hipel e McLeod, 1994; Tankersley e Graham, 1994; Van Geer e Zuur, 1997; Yi e Lee, 2003).

Nesse tipo de modelo, o sistema transforma séries de observações de entrada (variáveis explicativas, como precipitação, evapotranspiração potencial) em séries de saída (variável de resposta, no caso níveis freáticos), conforme a Figura 3. A relação dinâmica entre a precipitação e os níveis freáticos pode também ser descrita por modelos físico-mecanísticos de fluxo. Entretanto, modelos muito menos complexos como os modelos de função de transferência de ruído são uma opção elegante de modelar esse tipo de fenômeno e geralmente obtêm predições tão acuradas quanto modelos físico-mecanísticos (Knotters e Bierkens, 2001).

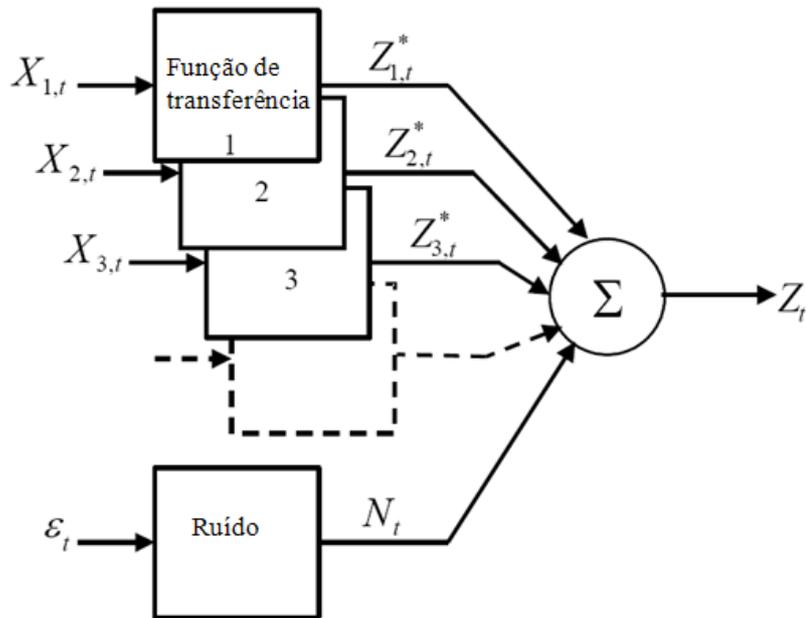


Figura 3 - Representação esquemática de um modelo de função de transferência de ruído.

Os parâmetros do modelo de séries temporais também podem ser regionalizados, usando informações auxiliares relacionadas às bases físicas do processo (Knotters e Bierkens, 2000; Knotters e Bierkens, 2001). Assim, as variações do nível freático são descritas assumindo que diferenças espaciais na dinâmica da superfície livre são determinadas pela variação espacial das propriedades do sistema, enquanto sua variabilidade temporal é dada pela dinâmica das variáveis de entrada no sistema (Manziona, 2007).

### 2.3.2 O modelo PIRFICT

O comportamento de um sistema linear de entrada e saída pode ser completamente caracterizado por sua função de impulso e resposta (IR) (Ziemer *et al.*, 1998; Von Asmuth *et al.*, 2002). O modelo PIRFICT (Predefined Impulse Response Function In Continuous Time) é uma alternativa a modelos de função de transferência de ruído em intervalos de tempo discretos apresentada por Von Asmuth *et al.* (2002). No modelo PIRFICT o pulso de entrada é transformado em uma série de saída por uma função de transferência em tempo contínuo. Os coeficientes dessa função não dependem da frequência de observação. Assumindo-se linearidade no sistema, uma série de níveis freáticos é uma transformação de uma série de precipitação excedente, descontando a evapotranspiração potencial. Essa transformação é completamente governada pela função IR. Para o caso de um sistema linear simples, sem perturbações, que é influenciado somente pela precipitação excedente, o modelo TFN a seguir (escrito como uma convolução integral) pode ser usado para descrever a relação entre níveis freáticos e a precipitação excedente (Von Asmuth *et al.*, 2002):

$$h(t) = h^*(t) + d + r(t) \quad (2)$$

$$h^*(t) = \int_{-\infty}^t p(\tau)\theta(t-\tau)d\tau \quad (3)$$

$$r(t) = \int_{-\infty}^t \phi(t-\tau)dW(\tau) \quad (4)$$

em que  $h(t)$  é o nível freático observado no instante  $t$  [T];  $h^*(t)$  é o nível freático predito no instante  $t$  creditado ao excedente de precipitação relativo a  $d$  [L];  $d$  é o nível de  $h^*(t)$  sem a influência da precipitação ou, em outras palavras, o nível da drenagem local, relativo à superfície do solo [L];  $r(t)$  é a série dos resíduos [L];  $p(t)$  é a intensidade do excedente de precipitação no instante  $t$  [L/T];  $\theta(t)$  é a função de transferência de impulso/resposta (IR) [-];  $\phi(t)$  é a função IR do ruído [-]; e  $W(t)$  é um processo de ruído branco contínuo (Wiener) [L], com propriedades  $E\{dW(t)\}=0$ ,  $E[\{dW(t)\}^2]=dt$ ,  $E[dW(t_1)dW(t_2)]=0$ ,  $t_1 \neq t_2$ .

O nível da drenagem local  $d$  é obtido a partir dos dados como se segue:

$$d = \frac{\sum_{i=0}^N h(t_i)}{N} - \frac{\sum_{i=0}^N h^*(t_i)}{N} - \frac{\sum_{i=0}^N r(t_i)}{N} \quad (5)$$

em que  $N$  é o número de observações de nível freático.

A área e forma da função IR dependem muito das condições hidrologias *in situ*.  $\theta(t)$  é uma função de distribuição Pearson tipo III (PIII df, Abramowitz e Stegun, 1964). A opção por esse tipo de função dá-se por sua natureza flexível, ajustando-se a uma grande gama de respostas hidrológicas. Assumindo-se linearidade, a componente determinística da dinâmica do nível freático é completamente descrita pelos momentos da função IR. Nesse caso, os parâmetros podem ser definidos segundo Von Asmuth *et al.* (2002):

$$\theta(t) = A \frac{a^n t^{n-1} e^{-at}}{\Gamma(n)} \quad (6)$$

$$\phi(t) = \sqrt{2\alpha\sigma_r^2} e^{-\alpha t} \quad (7)$$

em que  $A$ ,  $a$ ,  $n$ , são os parâmetros da curva ajustada,  $\Gamma(n)$  é a função Gamma,  $\alpha$  controla a taxa de decaimento de  $\phi(t)$  e  $\sigma_r^2$  é a variância dos resíduos.

A função PIII df assume formas variando gradualmente de curva exponencial à uma gaussiana, conforme os valores de seus parâmetros (Figura 4). As equações 6 e 7 e seus parâmetros apresentam sentido físico como descrito em Von Asmuth e Knotters (2004). O parâmetro  $A$  é relacionado com a resistência à drenagem (a área da função IR é igual à razão entre nível freático e a recarga média). O parâmetro  $a$  é determinado pelo coeficiente de armazenamento do solo (porosidade) e  $n$  pelo tempo de convecção e dispersão da percolação através da zona não saturada. As bases físicas são explicadas por funções de transferência de uma série de reservatórios lineares

(Nash, 1958). O parâmetro  $n$  demonstra o número de reservatórios e  $a$  é igual ao inverso do coeficiente de reservatório normalmente usado. Como explicam Knotters e Bierkens (2000), um simples reservatório linear (PIII df com  $n=1$ ) é igual a um simples modelo físico de coluna de solo unidimensional, descartando o fluxo lateral e a influência da zona não-saturada. Von Asmuth e Knotters (2004) chamam atenção para cuidados ao interpretar esses parâmetros da PIII df quanto a seu sentido físico no processo, uma vez que suas bases são empíricas.

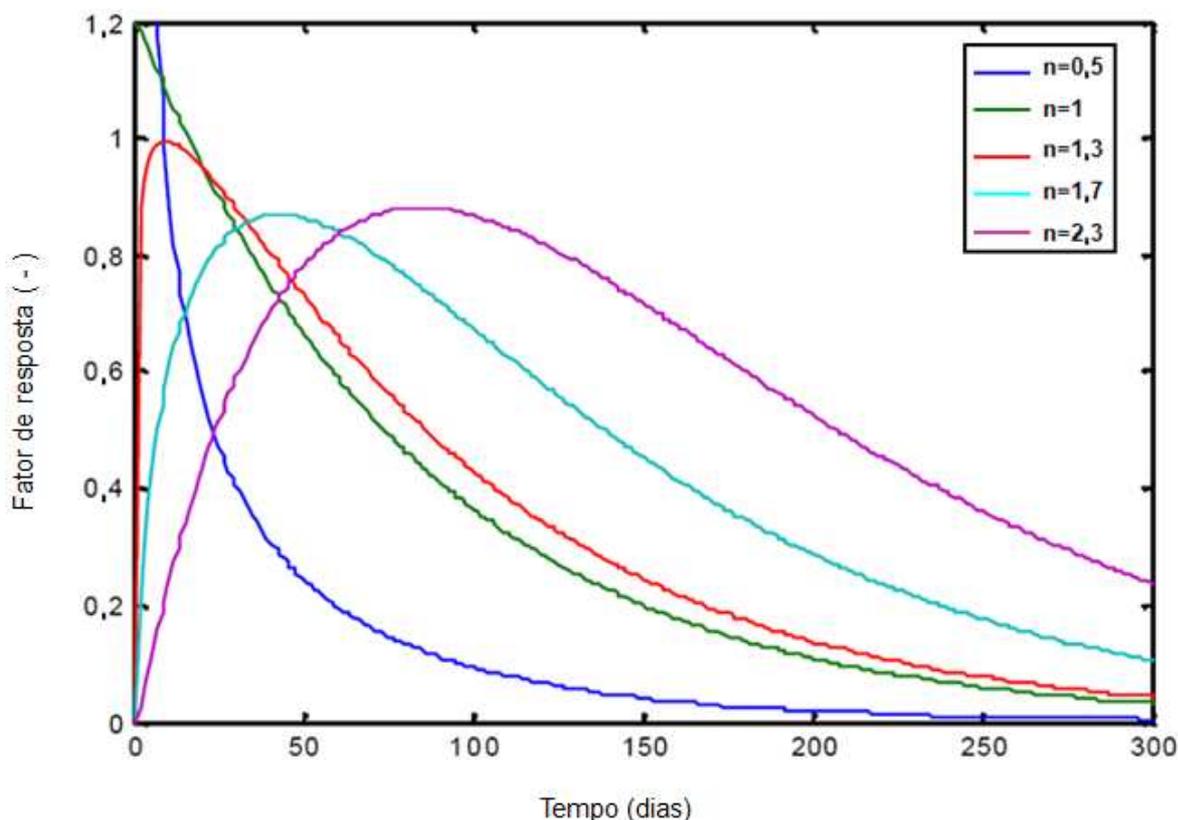


Figura 4 - Exemplo das formas que uma função de distribuição Pearson tipo III pode assumir ( $n = [0,5; 1,0; 1,3; 1,7; 2,3]$ ,  $A = n \times 100$ ,  $a = 0,01$ ).

O modelo PIRFICT é capaz de lidar com qualquer frequência de dados por ser contínuo no tempo. Além disso, o modelo PIRFICT oferece uma vantagem adicional ao calibrar modelos TFN em séries irregulares, comparado a modelos autoregressivos combinados ao filtro de Kalman (Knotters e Bierkens, 2001), já que o formato da função de transferência não é restrita a um formato exponencial (Von Asmuth e Bierkens, 2005).

Originalmente formulado para descrever a variação dos níveis freáticos nos diques holandeses, o modelo PIRFICT demonstrou grande potencial de aplicação à realidade brasileira através dos estudos de Manzione (2007). A flexibilidade da função de impulso e resposta que estabelece a relação entre as variáveis climáticas e os níveis freáticos (Pearson III df) permite ao modelo ajustar-se a diferentes sistemas hidrológicos, como nos cerrados brasileiros.

### 3 - RESULTADOS E DISCUSSÃO

O modelo PIRFICT foi ajustado para os poços de monitoramento 4 e 5. Os resultados da calibração foram resumidos na Tabela 1.

Tabela 1 - Estatísticas e parâmetros dos modelos ajustados para os poços 4 e 5.

	EVP	RMSE	RMSI	A	a	n
Poço 4	75,51	0,240	0,083	1724 (560)	0,0025 (0,0008)	1,435 (0,075)
Poço 5	85,00	0,274	0,120	1453 (160)	0,0058 (0,0009)	1,528 (0,077)

EVP=percentual da variância explicada pelo modelo; RMSE=raiz do erro quadrático médio; RMSI=raiz das inovações quadráticas médias; A=resistência à drenagem (metros); a=coeficiente de armazenamento no solo (1/dias); n=tempo de convecção e dispersão (dias). Valores entre parênteses são desvios.

Os resultados demonstram um bom ajuste para ambos os poços. O poço 5 apresentou valores Percentuais da Variância Explicada (EVP) pelo modelo superiores ao poço 4 em virtude de um melhor ajuste no início da série temporal, conforme pode ser observado na Figura 5. Apesar dos valores de EVP serem superiores para o poço 5, os valores da Raiz do Erro Quadrático Médio (RMSE) em ambos os casos são baixos, menores que 0,30 metros, o que ratifica um bom ajuste do modelo PIRFICT ao conjunto de dados. Erros dessa magnitude podem ocorrer em campo ao se utilizar equipamentos de sondagem para medição dos níveis. O mesmo se aplica aos valores da Raiz das Inovações Quadráticas Médias (RMSI), que mostra o erro relativo às inovações, ou seja, quanto o modelo erra em um instante  $t$  em relação a  $t-1$  (Von Asmuth e Bierkens, 2005).

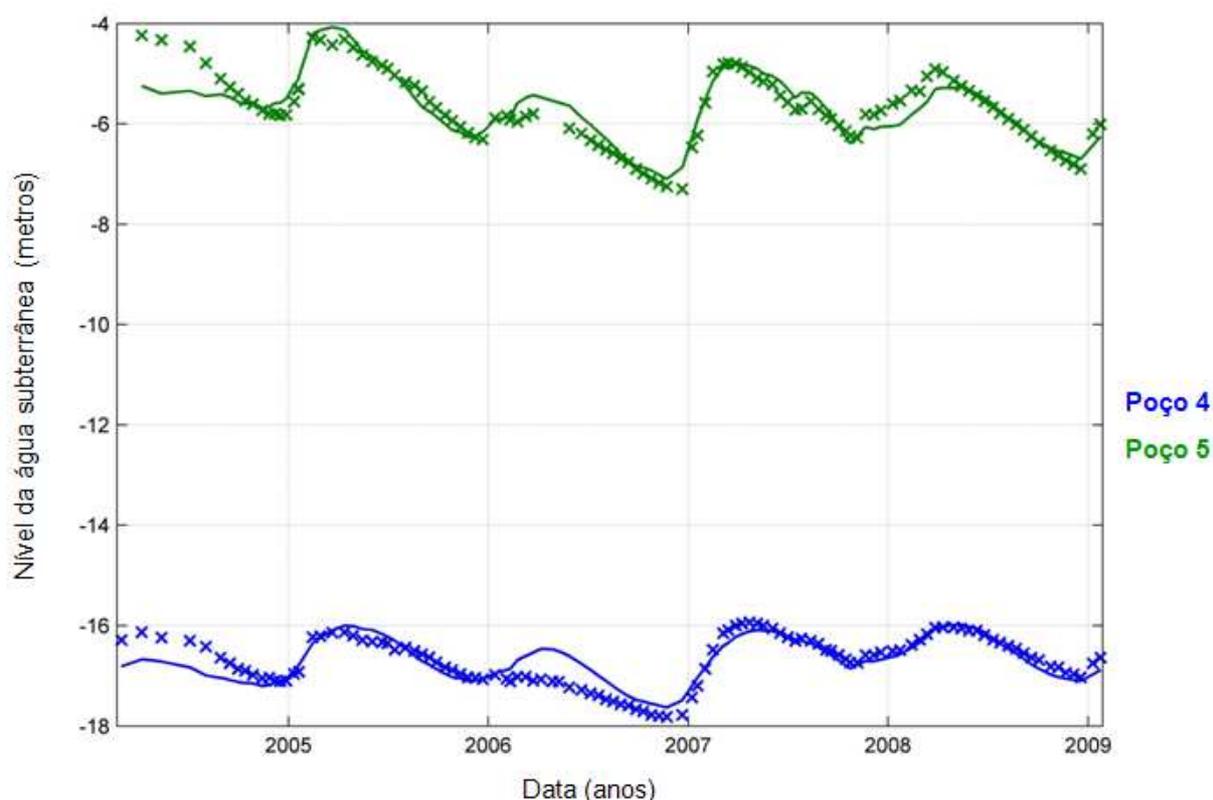


Figura 5 - Comparação entre os dados observados (x) e calibrados (-) pelo modelo PIRFICT para os poços 4 e 5.

Apesar dos poços estarem em profundidades diferentes, a Figura 5 demonstra que os níveis freáticos têm um comportamento semelhante ao longo dos cinco anos de monitoramento, quando submetidas ao mesmo estímulo de precipitação. As funções de impulso e resposta que determinam a relação dinâmica entre as variáveis de entrada no modelo e os níveis freáticos, para cada poço calibrado, são exibidas na Figura 6.

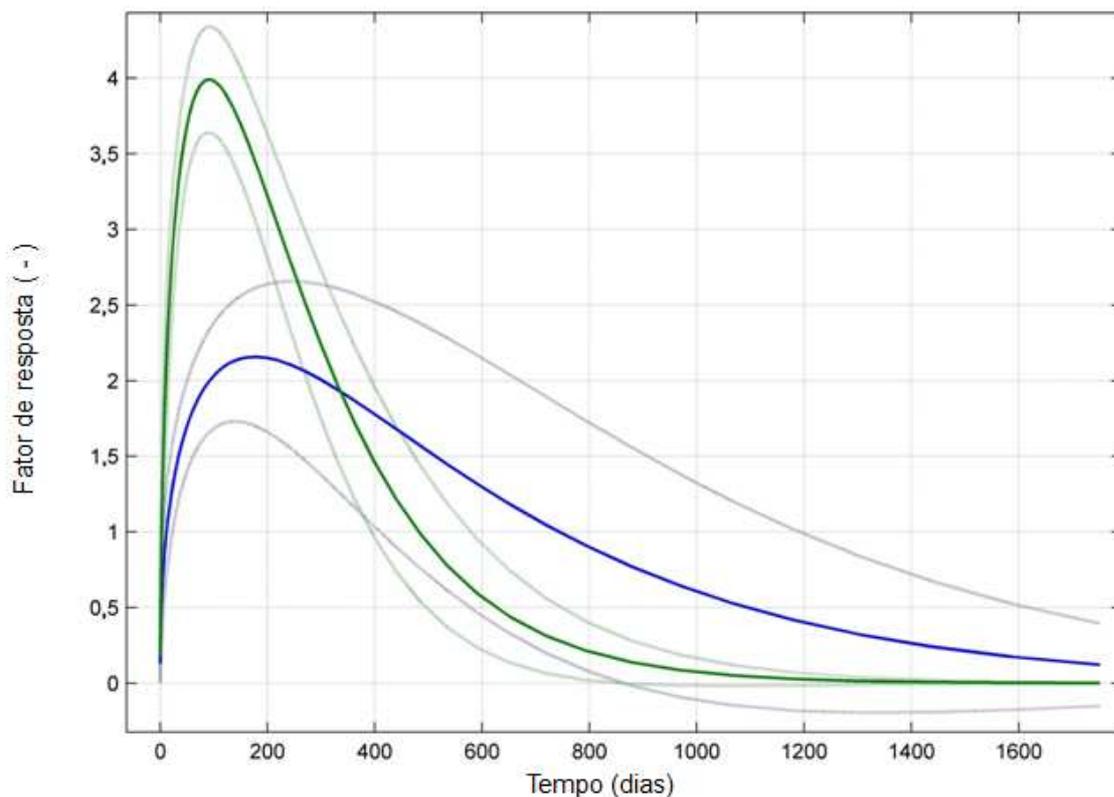


Figura 6 - Funções de impulso e resposta calibradas para os poços 4 e 5 (linhas sólidas) e seus respectivos intervalos de confiança (linhas claras).

As funções de impulso e resposta revelam o momento em que os níveis freáticos respondem ao estímulo da precipitação. Por estarem em profundidades diferentes, os níveis do poço 4 demoram mais para responder, o que denota uma curva com área maior que a curva calculada para o poço 5. Os parâmetros das funções de impulso e resposta denotam sua área. Fisicamente, faz sentido que o parâmetro  $A$  da função de impulso e resposta para o poço 4 seja maior, já que o tempo de resposta é maior. Já o parâmetro  $a$  se comporta de maneira inversa, sendo maior onde a resposta é mais rápida (poço 5). Os valores entre parênteses na Tabela 1 são os desvios das estimativas dos parâmetros. Os altos valores obtidos para o poço 4 revelam uma maior incerteza relacionada às estimativas, como visto também nos intervalos na Figura 6. Nesse caso, possivelmente também há outros fatores influenciando na relação entre as variáveis de entrada do modelo e níveis freáticos. A base empírica do método apresentado recomenda que para uma interpretação física mais fidedigna dos parâmetros do modelo, sejam feitos ensaios a campo para determinar analiticamente valores de condutividade

hidráulica e porosidade. Entretanto, a dificuldade de se obter tais valores em diferentes profundidades reforça a aplicabilidade do modelo PIRFICT para simular alturas de lençol freático a partir de funções de impulso e resposta.

#### **4 - CONCLUSÕES**

O modelo PIRFICT mostrou-se eficaz na modelagem de séries temporais de níveis freáticos em função das séries observadas e das séries exógenas de precipitação e evapotranspiração potencial.

As funções de impulso e resposta calculadas caracterizaram a dinâmica do sistema aquífero quanto à espessura do meio poroso que a água tem que atravessar para que haja uma resposta nos níveis.

O método demonstra potencial para modelagem de níveis em áreas de recarga do Sistema Aquífero Guarani, assim como aplicações em outros domínios aquíferos livres.

#### **AGRADECIMENTOS**

Os autores agradecem à FAPESP (processo 2009/05204-8) e ao CNPq - Brasil (processo 152033/2008-4) pelos auxílios financeiros que viabilizaram o desenvolvimento deste trabalho.

#### **BIBLIOGRAFIA**

ABRAMOWITZ, M.; STEGUN, I.A. (1964). *Handbook of mathematical functions*. Dover Publications Inc, New York, 1046 p.

BARRETO, C.E.A.G. (2006). “*Balanço hídrico em zona de afloramento do sistema aquífero Guarani a partir de monitoramento hidrogeológico em bacia representativa*”. 2006. 249 p. Dissertação (Mestrado em Hidráulica e Sanamento). Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo (EESC/USP), São Carlos.

BORGHETTI, N.R.B.; BORGHETTI, J.R.; ROSA FILHO, E.F. (2004). *Aquífero Guarani, a verdadeira integração dos países do Mercosul*. Curitiba, 214 p.

BOX, G. E. P.; JENKINS, G. M. (1976). *Time series analysis: forecasting and control*. 2.ed. Holden-Day, San Francisco, 575 p.

- HIPEL, K.W.; McLEOD, A.I. (1994). *Time series modelling of water resources and environmental systems*. Elsevier, Amsterdam, 1013 p.
- KNOTTERS, M.; BIERKENS, M.F.P. (2000). “Physical basis of time series models for water table depths”. *Water Resources Research* 36, pp. 181-188.
- KNOTTERS, M., BIERKENS, M.F.P. (2001). “Predicting water table depths in space and time using a regionalised time series model”. *Geoderma* 103, pp. 51– 77.
- MANOEL FILHO, J. (2000). “Água subterrânea: história e importância”, in *Hidrogeologia: Conceitos e aplicações*. Org. por Feitosa, F.A.C. e Manoel Filho, J., CPRM/REFO-UFPE, Fortaleza-CE, pp. 3-12.
- MANZIONE, R.L. (2007). “Regionalized spatio-temporal modeling of water table depths in the Brazilian Cerrado”. 2007. 141p. Tese (Doutorado em Sensoriamento Remoto) – Instituto Nacional de Pesquisas Espaciais (INPE), São José dos Campos.
- MONTEITH, J.L. (1965). “Evaporation and environment” in XIX Symposia of the Society for Experimental Biology, Cambridge, 1965, pp. 205-234.
- NASH, J.E. (1958). “Determining runoff from rainfall”. *Proceedings of the Institution of Civil Engineers* 10, pp.163-184.
- TANKERSLEY, C.D.; GRAHAM, W.D. (1994). “Development of an optimal control system for maintaining minimum groundwater levels”. *Water Resources Research* 30, pp. 3171-3181.
- TUCCI, C. E. M. (2005). *Modelos hidrológicos*. 2.ed., Ed. UFRGS, Porto Alegre, 678 p.
- VAN GEER, F.C.; ZUUR, A.F. (1997). “An extension of Box-Jenkins transfer/noise models for spatial interpolation of groundwater head series”. *Journal of Hydrology* 192, pp. 65-80.
- VON ASMUTH, J.R.; BIERKENS, M.F.P.; MAAS, C. (2002). “Transfer function noise modelling in continuous time using predefined impulse response functions”. *Water Resources Research* 38 (12), pp. 23.1-23.12.
- VON ASMUTH, J.R.; KNOTTERS, M. (2004). “Characterising groundwater dynamics based on a system identification approach”. *Journal of Hydrology* 296, pp. 118-34.
- VON ASMUTH, J.R.; BIERKENS, M.F.P. (2005). “Modelling irregularly spaced residual series as a continuous stochastic process”. *Water Resources Research* 41, pp. W12404.
- YI, M.; LEE, K. (2003). “Transfer function-noise modelling of irregularly observed groundwater heads using precipitation data”. *Journal of Hydrology* 288, pp. 272-287.
- ZIEMER, R.E.; TRANTER, W.H.; FANNIN, D.R. (1998). *Signals and systems: continuous and discrete*. Prentice-Hall, Upper Saddle River, 622 p.