Projeto de regionalização de vazões nas bacias hidrográficas brasileiras

Análise de Frequência Local de Vazões ou Cotas dos Sistemas de Alerta

Estudos Elaborados em 2022

VERSÃO PRELIMINAR

2022

SGB
SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL - CPRM

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA
Ministro de Estado
Adolfo Sachsida
Secretária de Geologia, Mineração e Transformação Mineral
Lília Mascarenhas Sant'agostino
SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM
DIRETORIA EXECUTIVA
Diretor Presidente Interino
Cassiano de Souza Alves
Diretora de Hidrologia e Gestão Territorial
Alice Silva de Castilho
Diretor de Geologia e Recursos Minerais
Márcio José Remédio
Diretor de Infraestrutura Geocientífica
Paulo Afonso Romano
Diretor de Administração e Finanças
Cassiano de Souza Alves

COORDENAÇÃO TÉCNICA
Chefe do Departamento de Hidrologia
Frederico Cláudio Peixinho
Chefe da Divisão de Hidrologia Aplicada
Adriana Dantas Medeiros
Achiles Monteiro *(in memoriam)*
Chefe do Departamento de Gestão Territorial
Diogo Rodrigues Andrade da Silva
Chefe da Divisão de Geologia Aplicada
Tiago Antonelli
Coordenação Executiva do DEHID - Projeto Atlas Pluviométrico
Eber José de Andrade Pinto
Coordenação do Projeto - Cartas Municipais de Suscetibilidade a Movimentos Gravitacionais de Massa e Inundações
Raimundo Almir Costa Conceição

SUPERINTENDÊNCIA REGIONAL DE BELO HORIZONTE
Superintendente
Marlon Marques Coutinho
Gerência de Hidrologia e Gestão Territorial
Fernando Silva Rego
Gerente de Infraestrutura Geocientífica
Júlio Murilo Martino Pinho
Gerência de Geologia e Recursos Minerais
Marcelo de Souza Marinho
Gerência de Administração e Finanças
Margareth Marques dos Santos

MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA

SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL

SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM

DIRETORIA DE HIDROLOGIA E GESTÃO TERRITORIAL

PROGRAMA GESTÃO DE RISCOS E DE DESASTRES

Ação Levantamentos, Estudos, Previsão e

Alerta de Eventos Hidrológicos Críticos

PROJETO DE REGIONALIZAÇÃO DE VAZÕES NAS BACIAS HIDROGRÁFICAS BRASILEIRAS

ANÁLISE DE FREQUÊNCIA LOCAL DE VAZÕES OU COTAS DOS SISTEMAS DE ALERTA

Estudos elaborados em 2022

VERSÃO PRELIMINAR

AUTOR

Eber José de Andrade Pinto

Belo Horizonte

2022

REALIZAÇÃO
Superintendência de Belo Horizonte

AUTORES
Eber José de Andrade Pinto

COORDENADORES REGIONAIS
DO PROJETO ATLAS PLUVIOMÉTRICO
José Alexandre Moreira Farias - REFO *(in memoriam)*
Karine Pickbrenner - SUREG/PA

EQUIPE EXECUTORA
Denise Christina de Rezende Melo – SUREG/GO
Francisco Fernando Noronha Marcuzzo – SUREG/PA
Múcio Valença Virães – SUREG/RE
Myrla de Souza Batista Vieira – SEDE
Paula Kristhina Cordeiro Freire – REFO

SISTEMA DE INFORMAÇÕES GEOGRÁFICAS E MAPA
Ivete Souza do Nascimento - SUREG/BH

Referências
Maria Madalena Costa Ferreira (Organização e Formatação)

Serviço Geológico do Brasil – CPRM
www.cprm.gov.br
seus@sgb.gov.br

Dados Internacionais de Catalogação-na-Publicação (CIP)

P659

Pinto, Eber José de Andrade.
Projeto de Regionalização de Vazões nas bacias hidrográficas brasileiras: Análise de frequência local de vazões ou cotas dos sistemas de alerta – Estudos elaborados em 2022. / Eber José de Andrade Pinto. – Belo Horizonte: CPRM, 2022.
1 recurso eletrônico: PDF

Programa Gestão de Riscos e de Desastres.
Ação Levantamentos, Estudos, Previsão e Alerta de Eventos Hidrológicos Críticos.

Disponível em: https://rigeo.cprm.gov.br

ISBN

1.Hidrologia – Brasil. 2. Regionalização de Vazões. 3. Análise de Frequência Local. I- Pinto, Eber José de Andrade (Org.) II -Título. IV- Série.

Ficha catalográfica elaborada pela bibliotecária Maria Madalena Costa Ferreira CRB-6/1393

APRESENTAÇÃO

O projeto Regionalização de Vazões nas Bacias Hidrográficas Brasileiras é uma iniciativa dentro do programa de Gestão de Riscos e de Desastres que tem por objetivo ampliar o conhecimento sobre a disponibilidade hídrica no território nacional, bem como, sobre a frequência de ocorrência das vazões e/ou das cotas.

O conhecimento da disponibilidade de água doce de uma bacia hidrográfica é o principal instrumento de gestão de recursos hídricos, com base no qual pode ser concedido de forma adequada e sustentável o direito de uso deste bem, seja para fins energéticos, de irrigação, de abastecimento e outros. Além disto, o conhecimento da frequência é uma informação útil para o planejamento nos setores elétrico, agrícola, abastecimento público e na adoção de políticas públicas.

Dentre os objetivos da ação dos Levantamentos, Estudos, Previsão e Alerta de Eventos Hidrológicos Críticos, destaca-se a realização de estudos de análise de frequência local das séries históricas de vazões máximas ou cotas máximas das estações fluviométricas.

A análise de frequência possibilita a determinação das vazões máximas ou cotas máximas associadas a uma probabilidade de ser igualada ou superada. Os resultados da análise, ou seja, os quantis serão utilizados como valores de projeto no dimensionamento de diversas estruturas hidráulicas ou de aproveitamento dos recursos hídricos. Esta análise estatística também pode ser utilizada de forma inversa, ou seja, estimar a frequência de um evento de cheia ocorrido, definindo se o evento foi raro ou ordinário. Tipo de informação que é bastante útil para sistemas de alerta de cheias que poderão divulgar, além das previsões e dos valores observados, a raridade do evento acompanhado.

Cassiano de Souza Alves

Diretor-Presidente Interino

Alice Silva de Castilho

Diretora de Hidrologia e Gestão Territorial

SUMÁRIO

LISTA DE QUADROS

ANEXOS

1 – INTRODUÇÃO

O Sistema de Alerta de Eventos Crítico, SACE, é a plataforma desenvolvida pelo Serviço Geológico do Brasil (CPRM) para disponibilizar todas as informações geradas no contexto dos Sistemas de Alerta Hidrológico (SAHs). Aqui, são reunidas todas as informações disponíveis para cada bacia hidrográfica, como o monitoramento automático de chuvas e níveis de rios em diversas estações hidrometeorológicas, os links para os mapas de riscos dos municípios e todos os boletins de monitoramento e alertas publicados.

O objetivo dos SAHs consiste no monitoramento e previsão de níveis de rios, gerando e disseminando informações hidrológicas para subsidiar a tomada de decisões por parte da população e dos órgãos relacionadas à mitigação dos impactos de eventos hidrológicos extremos.

A análise de frequência possibilita a determinação das vazões máximas ou cotas máximas associadas a uma probabilidade de ser igualada ou superada. Os resultados da análise, ou seja, os quantis serão utilizados como valores de projeto no dimensionamento de diversas estruturas hidráulicas ou de aproveitamento dos recursos hídricos. Esta análise estatística também pode ser utilizada de forma inversa, ou seja, estimar a frequência de um evento de cheia ocorrido, definindo se o evento foi raro ou ordinário. Tipo de informação que é bastante útil para sistemas de alerta de cheias que poderão divulgar, além das previsões e dos valores observados, a raridade do evento acompanhado.

Este estudo descreve a metodologia e apresenta os links do armazenamento no RIGEO dos relatórios com os resultados da análise de frequência de vazões ou cotas máximas observadas em 15 estações fluviométricas de cinco Sistemas de Alerta Hidrológico (SAHs). Estas estações fluviométricas estão localizadas nos seguintes sistemas de alerta: bacia do rio Xingu (3), bacia do rio Doce (4), bacia do rio Uruguai (5), bacia do rio Taquari (1) e da bacia do rio Caí (2). As análises de frequência locais realizadas atendem 21 municípios em quatro estados (MG, MT, PA e RS).

2 – METODOLOGIA PARA A ANÁLISE DE FREQUÊNCIA LOCAL

A análise estatística deve ser realizada utilizando séries históricas representativas do processo analisado, sem a presença de erros acidentais ou sistemáticos e possuindo um número mínimo de elementos para garantir uma boa confiabilidade nas extrapolações. É recomendável o emprego de séries com pelo menos 30 anos hidrológicos e aceitável no mínimo 15 anos hidrológicos.

Considerando Pinto (2013) e Naghettini e Pinto (2007), foram definidas as seguintes etapas para análise de frequência local de máximos por ano hidrológico:

- Avaliar a consistência dos dados e organizar a série de cotas ou vazões máximas por ano hidrológico.

  Na etapa de consistência procura-se identificar problemas com os registros de cotas ou vazões que poderiam desacreditar as informações. Para tanto podem ser realizadas métodos consagrados no meio técnico, como por exemplo, verificar se há mudança do zero da régua (mudança de referência); verificar a presença de erro de metro nas cotas; verificar a presença de erro de 1/2 metro nas cotas; verificar a presença de erro de digitação; comparar a cota máxima com a cota média diária; avaliar o comportamento dos cotagramas das estações de montante e jusante; verificar as cotas máximas da série disponível nos bancos de dados com os boletins de campo; avaliar os dados que estão como duvidosos ou estimados; avaliar o preenchimento de falhas (média, linígrafo e PCD); verificar as medições de vazões; analisar as curvas-chave; verificar a continuidades das vazões, etc.

- Verificar a presença de valores atípicos (*outliers*)

  A presença de valores atípicos (superiores e inferiores) é avaliada com o critério baseado na amplitude interquartil, AIQ (NAGHETTINI; PINTO, 2007, p. 39), e com o teste de Grubbs e Beck (NAGHETTINI; PINTO, 2007, p. 287). O valor atípico pode ter origem em erros de medição ou de processamento, mas, também pode ser o produto de causas naturais indeterminadas. Se for identificado que o valor atípico é inconsistente, este deve ser excluído da amostra. Em caso de presença de *outliers* realmente observados deve-se avaliar a manutenção ou retirada destes pontos amostrais atípicos. Pois, a presença de pontos atípicos em uma dada amostra, pode afetar drasticamente o ajuste da distribuição de probabilidades.

- Avaliar a independência, a homogeneidade e a estacionariedade das séries.

  A independência dos valores de uma série significa que nenhuma observação pode influenciar a ocorrência, ou não ocorrência, da observação seguinte. No projeto de Regionalização de Vazões do Brasil a hipótese de independência é avaliada com o teste não paramétrico proposto por Wald e Wolfowitz (1943). A descrição detalhada deste teste é encontrada em Naghettini e Pinto (2007, p. 264).

Uma amostra é considerada homogênea quando todos os elementos provêm de uma única e idêntica população. A recomendação é avaliar a homogeneidade da série por meio do teste não-paramétrico proposto por Mann e Whitney (1947), o qual está descrito em detalhes em Naghettini e Pinto (2007, p. 265).

A estacionariedade de uma série, de um ponto de vista intuitivo, está associada a não alteração das características estatísticas ao longo do tempo o que significa a não existência de tendências, saltos e outras propriedades. Nos trabalhos da Regionalização a verificação da estacionariedade das séries é efetuada pelo teste não-paramétrico de Spearman, o qual encontra-se descrito em Naghettini e Pinto (2007, p. 267).

- Estimar a distribuição empírica.

A estimativa da distribuição empírica é realizada com ordenação decrescente da série e o cálculo da posição de plotagem pela fórmula de Weibull, ou seja, no caso de séries de máximos por ano hidrológico temos $P(P > p) = m/(N + 1)$, onde m é número de ordem e N o tamanho de amostra.

- Definir as distribuições teóricas de probabilidades candidatas a modelagem das vazões ou cotas máximas por ano hidrológico.

A definição da distribuição teórica de probabilidade é de suma importância, pois valores calculados para um mesmo período de retorno podem apresentar grandes variações quando estimados por diferentes distribuições. Inicialmente nos estudos de análise de frequência local de máximos por ano hidrológico do projeto de Regionalização foram adotadas somente as distribuições candidatas de 2 parâmetros conforme recomendação de Hosking e Wallis (1997). As distribuições candidatas eram somente as distribuições de Gumbel e Log-Normal.

Mas, a partir de agosto de 2022, também foram incluídas nas análises de frequência locais as distribuições de três parâmetros GEV, Generalizada Logística, Log-Normal com três parâmetros e a Log-Pearson Tipo III. No caso de séries inferiores a 30 anos serão avaliadas somente distribuições com dois parâmetros. As funções densidades e acumuladas de probabilidade destas distribuições estão apresentadas no Anexo I.

- Calcular os parâmetros das distribuições teóricas de probabilidades candidatas.

A estimativa dos parâmetros das distribuições candidatas é efetuada pelo método dos momentos-L (HOSKING; WALLIS, 1997). O Anexo I apresenta as funções densidade e acumulada de probabilidades das distribuições candidatas e as equações para cálculo dos parâmetros.

- Definir a distribuição teórica que será adotada na modelagem das séries a partir da verificação da aderência à distribuição empírica.

  A aderência da distribuição teórica candidata à curva da distribuição empírica é verificada pelo teste de Kolmogorov-Smirnov. A descrição detalhada destes testes é encontrada em Naghettini e Pinto (2007, p. 275 - 278).

- Estimar os quantis associados a diferentes tempos de retorno.

  Após a conclusão das etapas anteriores, calcular os quantis associados a diferentes tempos de retorno de interesse.

3 – ANÁLISES DE FREQUÊNCIA LOCAIS REALIZADAS EM 2022

A metodologia descrita anteriormente foi aplicada as séries históricas de vazões ou cotas máximas por ano hidrológico de 15 estações fluviométricas dos sistemas de alerta da bacia do rio Xingu (3), bacia do rio Doce (4), bacia do rio Uruguai (5), bacia do rio Taquari (1) e da bacia do rio Caí (2). As análises de frequência locais realizadas atendem 21 municípios em quatro estados (MG, MT, PA e RS).

Os relatórios com os resultados das análises de frequência locais foram publicados e armazenados no RIGEO da CPRM. O Quadro 01 apresenta a lista das séries de máximos analisadas, os sistemas de alerta aos quais pertencem, os executores, os municípios atendidos e os links de acesso aos relatórios no RIGEO da CPRM.

SAH	Código	Estação	Rio	UF	Municípios Atendidos	Executor	UR	V. A.	Links ao RIGEO
Rio Caí	87170000	Barca do Caí	Caí	RS	São Sebastião do Caí	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22930
	87270000	Passo Montenegro	Caí	RS	Montenegro	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22931
Rio Doce	56539000	Cachoeira dos Óculos Montante	Doce	MG	Córrego Novo e Dionísio	Paula Kristhina Cordeiro Freire	REFO	Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/23199
	56719998	Belo Oriente	Doce	MG	Belo Oriente e Bugre	Paula Kristhina Cordeiro Freire	REFO	Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/23213
	56850000	Governador Valadares	Doce	MG	Governador Valadares	Paula Kristhina Cordeiro Freire	REFO	Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/23218
	56920000	Tumiritinga	Doce	MG	Tumiritinga e Galiléia	Paula Kristhina Cordeiro Freire	REFO	Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/23217
Rio Taquari	86510000	Muçum	Taquari	RS	Muçum	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22943
Rio Uruguai	75780000	Passo São Borja	Uruguai	RS	São Borja	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22858
	76310000	Rosário do Sul	Santa Maria	RS	Rosário do Sul	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22857
	76560000	Manoel Viana	Ibicuí	RS	Manoel Viana	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22860
	76750000	Alegrete	Ibirapuiatã	RS	Alegrete	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22873
	77150000	Uruguaiana	Uruguai	RS	Uruguaiana	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Cotas	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22872
	77150000	Uruguaiana	Uruguai	RS	Uruguaiana	Francisco Fernando Noronha Marcuzzo	SUREG/PA	Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/22856
Rio Xingu	18415000	Pousada Matrinxã	Culuene	MT	Canarana e Gaúcha do Norte	Denise Christina de Rezende Melo	SUREG/GO	Cotas e Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/23106
	18460000	Boa Sorte	Xingu	PA	São Félix do Xingu	Denise Christina de Rezende Melo	SUREG/GO	Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/23107
	18850000	Altamira	Xingu	PA	Altamira, Senador José Porfírio e Vitória do Xingu	Denise Christina de Rezende Melo	SUREG/GO	Cotas e Vazões	https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/23108

Quadro 01 – Séries de Máximos Anuais Analisadas

4 – REFERÊNCIAS

CPRM - SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL. **Sistema de Alerta Contra Enchentes na Bacia do Rio Doce.** Relatório Técnico da Operação do Sistema de Alerta – Dezembro de 2002 a Abril de 2003. Belo Horizonte: CPRM, 2003.

CPRM - SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL. **Sistema de Alerta Contra Enchentes da Bacia do Rio Doce**: Relatório Técnico do Sistema – Estudos Complementares. Belo Horizonte: CPRM, 2010.

HOSKING, J. R. M.; WALLIS, J. R. **Regional Frequency Analysis: -** an approach based on L-moments. New York: Cambridge University Press,1997.

IGAM. **Plano Integrado De Recursos Hídricos Da Bacia Hidrográfica Do Rio Doce E Planos de Ações Para As Unidades De Planejamento E Gestão De Recursos Hídricos No Âmbito Da Bacia Do Rio Doce:** Volume I – Relatório Final. IGAM, 2010. Disponível em: https://www.cbhdoce.org.br//wp-content/uploads/2016/12/PIRH_Doce_Volume_I.pdf. Acesso em: 22 abr. 2021.

MANN, H. B.; WHITNEY, D. R. On the test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 18, p. 50-60, 1947. DOI: https://doi.org/10.1214/aoms/1177730491. Disponível em: https://projecteuclid.org/journals/annals-of-mathematical-statistics/volume-18/issue-1/On-a-Test-of-Whether-one-of-Two-Random-Variables/10.1214/aoms/1177730491.full. Acesso em: 05 mar. 2021.

NAGHETTINI, M.; PINTO, E. J. A. **Hidrologia Estatística**. Belo Horizonte: CPRM, 2007. Disponível em: https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/454. Acesso em 17 abr. 2021.

PINTO, E. J. A. **Atlas Pluviométrico**: metodologia para definição das equações intensidade-duração-frequência do Projeto Atlas Pluviométrico. Belo Horizonte: CPRM, 2013. Disponível em: https://rigeo.cprm.gov.br/handle/doc/11560. Acesso em: 08 mar. 2021.

SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL - CPRM. **Sistema de Alerta Hidrológico da Bacia do Rio Doce**: Relatório Técnico da Operação do Sistema de Alerta no período de novembro de 2020 a abril de 2021. Belo Horizonte: CPRM, 2021.

TUCCI, C. E. M. **Regionalização de vazões**. Brasília: ANA; Porto Alegre, UFRGS. 2002.

WALD, A.; WOLFOWITZ, J. An exact test for randomness in the non-parametric case based on serial correlation. **Annals of Mathematical Statistics**, v. 14, p. 378-388, 1943. DOI: https://doi.org/10.1214/aoms/1177731358. Disponível em: https://projecteuclid.org/journals/annals-of-mathematical-statistics/volume-14/issue-4/An-Exact-Test-for-Randomness-in-the-Non-Parametric-Case/10.1214/aoms/1177731358.full?tab=ArticleLink. Acesso em: 05 mar. 2021.

ANEXO I

Distribuições Candidatas

ANEXO I

DISTRIBUIÇÃO DE GUMBEL

- Função Densidade de Probabilidade

$$f_X(x) = \frac{1}{\alpha}\exp\left[-\frac{x-\beta}{\alpha} - \exp\left(-\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right]$$

Parâmetros: α é o parâmetro de escala e β é o parâmetro de posição

Limites: $-\infty \leq x < \infty$

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F_X(x) = \exp\left[-\exp\left(-\frac{x-\beta}{\alpha}\right)\right]$$

- Inversa da função acumulada

$$x = \beta - \alpha \ln[-\ln(F(x))]$$

- Momentos L

$$\lambda_1 = \beta + \alpha\gamma_E \qquad \lambda_2 = \alpha \ln(2) \qquad \lambda_3 = \alpha[2\ln(3) - 3\ln(2)] \qquad \lambda_4 = \alpha[5\ln(4) - 10\ln(3) + 6\ln(2)]$$

$$\tau_3 = 0{,}1699 \qquad \tau_4 = 0{,}1504$$

- Estimativa dos parâmetros pelos momentos-L

$$\hat{\alpha} = \frac{l_2}{\ln(2)} \qquad \hat{\beta} = \frac{l_1}{\gamma_E\, \hat{\alpha}}$$

Onde l_1 e l_2 são os momentos-L amostrais e γ_E = 0,5572157 é a constante de Euler.

Fonte: Hosking e Wallis (1997)

ANEXO I

DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL

Os dados transformados pelo logaritmo natural, $Ln(x)$, se distribuem como uma normal

DISTRIBUIÇÃO NORMAL

- Função Densidade de Probabilidade

$$f_X(x) = \frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right)$$

Parâmetros: μ é o parâmetro de posição e σ é o parâmetro de escala

Limites: $-\infty \leq x < \infty$

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F_X(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$\Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \phi(t)dt$$

- Inversa da função acumulada

$x(F)$ não possui forma analítica

- Momentos-L

$$\lambda_1 = \mu \qquad \lambda_2 = 0{,}5642\sigma = \frac{1}{\sqrt{\pi}}\sigma \qquad \tau_3 = 0 \qquad \tau_4 = 0{,}1226 = \left[30\pi^{-1} arctan\left(\sqrt{2}\right)\right] - 9$$

- Estimativa de parâmetros pelos momentos-L

$$\hat{\mu} = \lambda_1 \qquad \hat{\sigma} = \lambda_2\sqrt{\pi}$$

OBS: Inicialmente os dados são transformados pelo logaritmo natural, $Ln(x)$. Em seguida são calculados os momentos-L e depois os parâmetros.

Fonte: Hosking e Wallis (1997)

ANEXO I

DISTRIBUIÇÃO LOG-NORMAL (3P)

A função densidade de Probabilidade da Log-Normal (3P) é dada por:

$$f(x) = \frac{e^{ky - y^2/2}}{\alpha\sqrt{2\pi}} \qquad y = \begin{cases} -k^{-1}\log\{1 - k(x-\xi)/\alpha\} & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha & k = 0 \end{cases}$$

A função Acumulada de probabilidade é dada por: $F(x) = \Phi(y)$

na qual, Φ denota a função de distribuição acumulada Normal padrão.

$x(F)$ não apresenta forma analítica explícita.

Parâmetros : ξ (Posição), α (Escala) e k (forma)

Os limites da função são:

Para, $k > 0$: $-\infty < x \leq \xi + \alpha/k$; $k = 0$: $-\infty < x < \infty$; $k < 0$: $\xi + \alpha/k \leq x < \infty$

Os parâmetros podem ser estimados pelos momentos-L com as seguintes equações:

$$k \approx -\tau_3 \frac{E_0 + E_1\tau_3^2 + E_2\tau_3^4 + E_3\tau_3^6}{1 + F_1\tau_3^2 + F_2\tau_3^4 + F_3\tau_3^6} \quad \text{para} \quad |\tau_3| \leq 0{,}94$$

E_0	E_1	E_2	E_3	F_1	F_2	F_3
2,0466534	-3,6544371	1,8396733	-0,20360244	-2,0182173	1,2420401	-0,21741801

$$\alpha = \frac{\lambda_2 k e^{-\frac{k^2}{2}}}{1 - 2\Phi\left(-k/\sqrt{2}\right)} \qquad \text{e} \qquad \xi = \lambda_1 - \frac{\alpha}{k}\left(1 - e^{\frac{k^2}{2}}\right)$$

Nesta parametrização, a distribuição Log-Normal é a distribuição de uma variável aleatória X que está relacionada a uma variável aleatória Z de distribuição Normal padrão, pela seguinte equação:

$$X = \begin{cases} \xi + \alpha(1 - e^{-kZ})/k & k \neq 0 \\ \xi + \alpha Z & k = 0 \end{cases}$$

Z é variável normal central reduzida.

Fonte: Hosking e Wallis (1997)

ANEXO I

DISTRIBUIÇÃO LOG-PEARSON TIPO III

Uma variável X segue a distribuição Log-Pearson tipo III, quando a variável transformada $Y = ln(X)$ distribui-se de acordo com a Pearson tipo III.

A distribuição Pearson Tipo III possui os parâmetros de posição μ, escala σ e forma γ

Se $\gamma \neq 0$, temos $\alpha = 4/\gamma^2$, $\beta = \frac{1}{2}\sigma|\gamma|$ e $\xi = \mu - \frac{2\sigma}{\gamma}$

Se $\gamma > 0$, então os limites de x são os seguintes: $\xi \leq x \leq \infty$ e as FDP e FAP

$$f(x) = \frac{(x-\xi)^{\alpha-1}e^{-(x-\xi)/\beta}}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}$$

$$F(x) = \frac{G\left(\alpha, \frac{x-\xi}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

Se $\gamma = 0$, então a distribuição é Normal e os limites de x são os seguintes: $-\infty \leq x \leq \infty$ e as FDP e FAP

$$f(x) = \phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$$

Se $\gamma < 0$, então os limites de x são os seguintes: $-\infty\xi \leq x \leq \xi$ e as FDP e FAP

$$f(x) = \frac{(\xi-x)^{\alpha-1}e^{-(\xi-x)/\beta}}{\beta^\alpha\Gamma(\alpha)}$$

$$F(x) = 1 - \frac{G\left(\alpha, \frac{\xi-x}{\beta}\right)}{\Gamma(\alpha)}$$

$\Gamma(\alpha)$ é a função Gama dada por:

$$\Gamma(\alpha) = \int_0^{\infty} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

$\mathrm{G}(\alpha, x)$ é a função Gama incompleta dada por:

$$\mathrm{G}(\alpha, x) = \int_0^{x} t^{\alpha-1} e^{-t} dt$$

$$\phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} exp\left(-\frac{1}{2}x^2\right) \quad \text{e} \quad \Phi(x) = \int_{-\infty}^{x} \phi(t) dt$$

Os parâmetros de posição μ, escala σ e forma γ da distribuição Pearson Tipo III podem ser calculados pelo método dos momentos-L com as equações

$$\mu = \lambda_1$$

$$\sigma = \frac{\lambda_2 \pi^{1/2} c^{1/2} \Gamma(c)}{\Gamma\left(c + \frac{1}{2}\right)}$$

$$\gamma = 2c^{-1/2} \, sin\, al(\tau_3).$$

A variável c é estimada considerando duas situações.

A primeira, se $0 < |\tau_3| < 1/3$, nesse caso adotar $z = 3\pi\tau_3^2$ e aplicar a equação

$$c \approx \frac{1 + 0{,}2906z}{z + 0{,}1882z^2 + 0{,}0442z^3}.$$

A segunda, se $1/3 \leq |\tau_3| < 1$, nessa situação adota-se $z = 1 - |\tau_3|$ e emprega-se a equação

$$c \approx \frac{0{,}36067z - 0{,}59567z^2 + 0{,}25361z^3}{1 - 0{,}78861z + 2{,}56096z^2 - 0{,}77045z^3}$$

A distribuição Pearson Tipo III com parâmetros de posição μ, escala σ e forma γ, apresenta algumas relações importantes com as distribuições Gama e Normal, as quais facilitam a estimação dos quantis. Quando o parâmetro de forma γ é positivo, a Pearson-III está associada à distribuição Gama. Se o parâmetro de forma γ é negativo, a Pearson-

III está associada à distribuição Gama refletida. E, quando o parâmetro de forma γ é igual a zero, a Pearson-III está relacionada à distribuição Normal. Considerando que uma variável X segue uma distribuição Pearson tipo III, com parâmetros de posição μ, escala σ e forma γ, a relação entre esses parâmetros e os das distribuições Gama e Normal são as seguintes:

- Se $\gamma > 0$, então $X - \mu + \frac{2.\sigma}{\gamma}$ segue uma distribuição Gama com parâmetros $\alpha = \frac{4}{\gamma^2}$ e $\beta = \frac{\sigma.\gamma}{2}$. Desse modo, os quantis da Pearson-III com parâmetro de forma positivo podem ser calculados pela equação:

$$x(T) = \mu - \frac{2.\sigma}{\gamma} + G^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}, \alpha, \beta\right)$$

  onde T é o tempo de retorno e $G^{-1}()$ é a inversa da distribuição Gama com parâmetros α e β.

- Se $\gamma < 0$, então $-X + \mu - \frac{2.\sigma}{\gamma}$ segue uma distribuição Gama com parâmetros $\alpha = \frac{4}{\gamma^2}$ e $\beta = \left|\frac{\sigma.\gamma}{2}\right|$. Desse modo, os quantis da Pearson-III com parâmetro de forma negativo podem ser calculados pela equação:

$$x(T) = \mu - \frac{2.\sigma}{\gamma} - G^{-1}\left(\frac{1}{T}, \alpha, \beta\right)$$

  onde T é o tempo de retorno e $G^{-1}()$ é a inversa da distribuição Gama com parâmetros α e β.

- Se $\gamma = 0$, então X segue uma distribuição Normal com parâmetros μ e σ. Assim, os quantis da Pearson-III com parâmetro de forma nulo podem ser calculados pela equação:

$$x(T) = \mu + \sigma.Z_T$$

  onde T é o tempo de retorno e Z_T é a variável normal central reduzida associada uma probabilidade $(1 - 1/T)$. Recorde que, no programa Microsoft EXCEL, a inversa da distribuição Gama com parâmetros α e β pode ser calculada com a função INVGAMA() e a variável normal central reduzida com a função INV.NORMP().

Quando uma variável X segue a distribuição Log-Pearson tipo III, é um fato matemático que a variável transformada $Y = ln(X)$ distribui-se de acordo com a Pearson tipo III. Assim, os parâmetros podem ser calculados por meio dos logaritmos dos valores observados e os quantis são estimados por meio das seguintes equações:

Para $\gamma_{ln\,X} > 0$

$$x(T) = exp\left\{\mu_{ln\,X} - \frac{2.\sigma_{ln\,X}}{\gamma_{ln\,X}} + G^{-1}\left(1 - \frac{1}{T}, \alpha, \beta\right)\right\}$$

Para $\gamma_{ln\,X} < 0$

$$x(T) = exp\left\{\mu_{ln\,X} - \frac{2.\sigma_{ln\,X}}{\gamma_{ln\,X}} - G^{-1}\left(\frac{1}{T}, \alpha, \beta\right)\right\}$$

Para $\gamma_{ln\,X} = 0$

$$x(T) = exp\left(\mu_{ln\,X} + \sigma_{ln\,X}.Z_T\right)$$

Fonte: Hosking e Wallis (1997)

ANEXO I

DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DE EVENTOS EXTREMOS (GEV)

A função densidade de Probabilidade da GEV é dada por:

$$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} exp[-(1-k)y - exp(-y)]$$

Para $k = 0,\quad y = \dfrac{x-\xi}{\alpha}$

Para $k \neq 0\quad y = -\dfrac{1}{k} ln\left[1 - \dfrac{(x-\xi)k}{\alpha}\right].$

Os limites da função são:

Para $k < 0$: $\xi + \dfrac{\alpha}{k} \leq x \leq \infty$, para $k = 0$: $-\infty \leq x \leq \infty$ e para $k > 0$: $-\infty < x \leq \xi + \dfrac{\alpha}{k}$

$$F_X(x) = \exp[-\exp(-y)]$$

$$x(F) = \xi - \alpha\, ln[-ln(F)] \qquad ,k = 0$$

$$x(F) = \xi + \frac{\alpha}{k}\left\{1 - [-ln(F)]^k\right\} \qquad ,k \neq 0$$

Onde k, α e ξ são os parâmetros de forma, escala e posição, respectivamente. A estimação dos parâmetros pelos momentos-L pode ser efetuada por meio das seguintes equações:

$$\hat{k} \approx 7{,}8590c + 2{,}9554c^2 \quad \text{, para} \quad -0{,}5 \leq \tau_3 \leq 0{,}5$$

Sendo

$$c = \frac{2}{3+\tau_3} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)} = \frac{2\lambda_2}{\lambda_3 + 3\lambda_2} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)} = \frac{(2\beta_1 - \beta_0)}{(3\beta_2 - \beta_0)} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)}$$

$$\hat{\alpha} = \frac{\hat{k}\lambda_2}{(1-2^{-k})\Gamma(1+\hat{k})}$$

$$\hat{\xi} = \lambda_1 - \frac{\hat{\alpha}}{\hat{k}}[1 - \Gamma(1+\hat{k})]$$

Fonte: Hosking e Wallis (1997)

ANEXO I

DISTRIBUIÇÃO LOGÍSTICA GENERALIZADA

A função densidade de Probabilidade da Distribuição Logística Generalizada é dada por:

$$f_X(x) = \frac{\alpha^{-1} e^{-(1-k)y}}{(1+e^{-y})^2}, \qquad y = \begin{cases} -k^{-1} \ln\left[1 - k(x-\xi)/\alpha\right] & k \neq 0 \\ (x-\xi)/\alpha & k = 0 \end{cases}$$

Os limites da função são:

Para *K* < 0: $\xi + \frac{\alpha}{k} \leq x \leq \infty$, para *K* = 0: $-\infty \leq x \leq \infty$ e para *K* > 0: $-\infty < x \leq \xi + \frac{\alpha}{k}$

$$F_X(x) = 1/(1+e^{-y})$$

$$x(F) = \xi - \alpha \ln\left[(1-F)/F\right] \qquad , K = 0$$

$$x(F) = \xi + \alpha\left\{1 - \left[(1-F)/F\right]^k\right\}/k \qquad , K \neq 0$$

Onde *K* , α e ξ são os parâmetros de forma, escala e posição, respectivamente.

$$K = -\tau_3$$

$$\alpha = \frac{\lambda_2 sen(K\pi)}{K\pi}$$

$$\xi = \lambda_1 - \alpha\left(\frac{1}{K} - \frac{\pi}{sen(K\pi)}\right)$$

Fonte: Hosking e Wallis (1997)

Projeto de regionalização de vazões nas bacias hidrográficas brasileiras

Análise de Frequência Local de Vazões ou Cotas dos Sistemas de Alerta

ENDEREÇOS

Sede
SGAN- Quadra 603 – Conjunto J – Parte A – 1º andar
Brasília – DF – CEP: 70830-030
Tel: 61 2192-8252
Fax: 61 3224-1616

Escritório Rio de Janeiro
Av Pasteur, 404 – Urca
Rio de Janeiro – RJ Cep: 22290-255
Tel: 21 2295-5337 - 21 2295-5382
Fax: 21 2542-3647

Superintendência Regional de Belo Horizonte
Av. Brasil, 1.731 - Funcionários
Belo Horizonte - MG - CEP: 30140-002
Tel.: 31 3878-0376
Fax: 31 3878-0383

SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL - CPRM
SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL
MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA
PÁTRIA AMADA BRASIL
GOVERNO FEDERAL