

PROGRAMA GEOLOGIA DO BRASIL  
LEVANTAMENTO DA GEODIVERSIDADE

# ATLAS PLUVIOMÉTRICO DO BRASIL

**METODOLOGIA** para definição das  
Equações Intensidade-Duração-Frequência  
do Projeto Atlas Pluviométrico

**Eber José de Andrade Pinto**

BELO HORIZONTE  
Março, 2013

 **CPRM**  
Serviço Geológico do Brasil



**MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA**  
**SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL**  
**SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM**

Diretoria de Hidrologia e Gestão Territorial  
Departamento de Hidrologia  
Superintendência Regional de Belo Horizonte

**Programa de Geologia do Brasil**  
**Levantamento da Geodiversidade**

**ATLAS PLUVIOMÉTRICO DO BRASIL**

**Metodologia para definição das**  
**equações Intensidade-Duração-**  
**Frequência do Projeto Atlas**  
**Pluviométrico**

**Autor**

Eber José de Andrade Pinto



BELO HORIZONTE

2013

**MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA**  
**SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL**  
**SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM**

Diretoria de Hidrologia e Gestão Territorial  
Departamento de Hidrologia  
Superintendência Regional de Belo Horizonte

**Programa de Geologia do Brasil**  
**Levantamento da Geodiversidade**

**ATLAS PLUVIOMÉTRICO DO BRASIL**

**Metodologia para definição das equações Intensidade-Duração-Frequência do Projeto Atlas Pluviométrico**

Copyright © 2013 CPRM - Superintendência Regional de Belo Horizonte  
Avenida Brasil, 1731- Bairro Funcionários.  
Belo Horizonte - MG – 30.140-002  
Telefone: 0(xx)(31)3878-0307  
Fax: 0(xx)(31) 3878-0383  
<http://www.cprm.gov.br>

Ficha Catalográfica

Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais – CPRM

Atlas Pluviométrico do Brasil; Metodologia para definição das equações Intensidade-Duração-Frequência do Projeto Atlas Pluviométrico. Eber José de Andrade Pinto – Belo Horizonte: CPRM, 2013.

47p.; anexos (Série Atlas Pluviométrico do Brasil)

1. Hidrologia 2. Pluviometria 3. Equações IDF 4. I - Título II – PINTO, E. J. A.

CDU : 556.51

**MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA**  
**SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL**  
**SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM**

Diretoria de Hidrologia e Gestão Territorial  
Departamento de Hidrologia  
Superintendência Regional de Belo Horizonte

**Programa Geologia do Brasil**

**ATLAS PLUVIOMÉTRICO DO BRASIL**

**Metodologia para definição das equações Intensidade-Duração-Frequência  
do Projeto Atlas Pluviométrico**

**MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA**

Edison Lobão

*Ministro do Estado*

**SECRETÁRIO EXECUTIVO**

*Márcio Pereira Zimmermann*

**SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL**

*Carlos Nogueira da Costa Júnior*

**SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM**

**Conselho de Administração**

Carlos Nogueira da Costa Júnior

Presidente

Manuel Barreto da Rocha NEto

Vice-Presidente

Ladice Peixoto

LuizGonzagaBaião

Jarbas Raimundo deAldano Matos

Osvaldo Castanheira

Conselheiros

**Diretoria Executiva**

Manoel Barreto da Rocha Neto

*Diretor-Presidente*

Thales de Queiroz Sampaio

*Diretor de Hidrologia e Gestão Territorial*

Roberto VenturaSantos

*Diretor de Geologia e Recursos Minerais*

Antônio Carlos Bacelar Nunes

*Diretor de Relações Institucionais e Desenvolvimento*

Eduardo Santa Helena

*Diretor de Administração e Finanças*

**SUPERINTENDÊNCIA REGIONAL DE BELO HORIZONTE**

Marco Antônio Fonseca

*Superintendente*

Márcio de Oliveira Candido

*Gerente de Hidrologia e Gestão Territorial*

Marco Antônio da Silva

*Gerente de Geologia e Recursos Minerais*

LindinalvaFelippe (interina)

*Gerente de Administração e Finanças*

**MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA**  
**SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL**  
**SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM**

Diretoria de Hidrologia e Gestão Territorial  
Departamento de Hidrologia  
Superintendência Regional de Belo Horizonte

**Programa Geologia do Brasil**

**ATLAS PLUVIOMÉTRICO DO BRASIL**

**Metodologia para definição das equações Intensidade-Duração-Frequência  
do Projeto Atlas Pluviométrico**

**CRÉDITOS DE REEDITORIAÇÃO**

**SUPERINTENDÊNCIA REGIONAL DE BELO HORIZONTE**

Leandro Alves Lima

*Superintendente*

Marlon Marques Coutinho

*Gerente de Hidrologia e Gestão Territorial*

Fernando Silva Rego

Natália Dias Lopes

*Supervisores de Hidrologia e Gestão Territorial*

Júlio Murilo Pinho

*Gerente de Relações Institucionais e Desenvolvimento*

Magda Cristina Ferreira Pinto

Sabrina Ferreira de Queiroz

*Supervisores de Relações Institucionais e Desenvolvimento*

---

**EQUIPE TÉCNICA DA CPRM**

Patrícia Silva Araújo Dias

*Organização, Preparo e Controle da Editoração Final*

---

**EDIÇÃO DO PRODUTO DIGITAL**

Diretoria de Relações Institucionais e Desenvolvimento - GERIDE-BH - Patrícia Silva Araújo Dias

**MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA**  
**SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL**  
**SERVIÇO GEOLÓGICO DO BRASIL – CPRM**

Diretoria de Hidrologia e Gestão Territorial  
Departamento de Hidrologia  
Superintendência Regional de Belo Horizonte

**ATLAS PLUVIOMÉTRICO DO BRASIL**

**Metodologia para definição das equações Intensidade-Duração-Frequência  
do Projeto Atlas Pluviométrico**

---

**EQUIPE TÉCNICA DA CPRM**

**PROJETO ATLASPLUVIOMÉTRICO DO BRASIL**

**Departamento de Hidrologia**

Frederico Cláudio Peixinho

**Departamento de Gestão Territorial**

Cássio Roberto da Silva

**Divisão de Hidrologia Aplicada**

Achiles Eduardo Guerra Castro Monteiro

**Coordenação Executiva do DEHID – Atlas Pluviométrico**

Eber José de Andrade Pinto

**Coordenadores Regionais do Projeto Atlas Pluviométrico**

Andressa Macêdo Silva de Azambuja - Sureg/BE

José Alexandre Moreira Farias - REFO

Karine Pickbrenner - Sureg/PA

**Equipe Executora**

Adriana Burin Weschenfelder - Sureg/PA

Jean Ricardo daSilvado Nascimento - RETE

Margarida Regueira da Costa - Sureg/RE

Osvalcélio Merês Furtunato - Sureg/SA

Vanesca Sartorelli Medeiros - Sureg/SP

**Sistema de Informações Geográficas e Mapa**

Ivete Souza de Almeida - Sureg/BH

---



# SUMÁRIO

---

INTRODUÇÃO.....	11
1 - COLETA DE DADOS.....	13
2 - ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE EVENTOS EXTREMOS.....	15
2.1 - SÉRIES DE VALORES MÁXIMOS ANUAIS (SA).....	16
2.2 - SÉRIES DE SÉRIES DE DURAÇÃO PARCIAL (SDP).....	16
2.2.1 - Modelos com séries de duração Parcial.....	17
2.2.1.1 - A distribuição de Poisson.....	17
2.2.1.2 - Modelo Poisson-Pareto.....	18
3 - EQUAÇÃO IDF.....	21
3.1 - DEFINIÇÃO DA EQUAÇÃO IDF.....	23
4 - RESUMO ESQUEMÁTICO DE DEFINIÇÃO DE UMA EQUAÇÃO IDF.....	25
5 - DEFINIÇÃO DAS RELAÇÕES IDF A PARTIR DA DESAGREGAÇÃO DE CHUVAS DIÁRIAS.....	29
5.1 - ORGANIZAÇÃO DAS SÉRIES DE PRECIPITAÇÃO DIÁRIA MÁXIMA POR ANO HIDROLÓGICO (AH).....	29
5.2 - ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DAS SÉRIES DE PRECIPITAÇÃO DIÁRIA MÁXIMA POR AH.....	29
5.3 - DESAGREGAÇÃO DAS PRECIPITAÇÕES DIÁRIAS.....	30
5.4 - EQUAÇÃO DAS RELAÇÕES IDF OBTIDAS COM A DESAGREGAÇÃO DAS CHUVAS DIÁRIAS.....	30
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	33
ANEXOS	
I-MOMENTOS-L, DISTRIBUIÇÕES DE FREQUÊNCIA.....	35
II-TESTE DE CUNNANE.....	45
LISTA DE FIGURAS	
Figura 01 - Pluviograma de 11 de janeiro de 2011 em Vargem Alta - Nova Friburgo-RJ.....	13
Figura 02 - Exemplo de Curvas IDF.....	26
Figura 03 - Variação da altura de chuva, P, com $\ln(t+(\alpha/60))$ .....	31
Figura 04 - Variação dos coeficientes J e K com $\ln(T)$ .....	31
LISTA DE QUADROS	
QUADRO 01 - DURAÇÕES DE CHUVAS RECOMENDADAS POR ALGUNS AUTORES.....	13
QUADRO 02 - LIMITES MÍNIMOS PARA CHUVAS INTENSAS.....	14





# **ATLAS PLUVIOMÉTRICO DO BRASIL**

---

**Metodologia para definição das equações  
Intensidade-Duração-Frequência do Projeto Atlas  
Pluviométrico**



## **INTRODUÇÃO**

No dimensionamento de estruturas hidráulicas, tais como, galerias pluviais, bueiros, sistemas de drenagem e barragens, deve-se levar em conta um risco de falha da estrutura, o qual é definido em função da vida útil, de critérios de segurança e econômicos, entre outros. Assim, estruturas com menor risco de falha terão maior porte e, em consequência, terão maior custo.

Como algumas das variáveis que condicionam o projeto destas estruturas são eventos naturais – precipitações, vazões etc. – o risco hidrológico estará associado a frequência de ocorrência dos eventos cuja magnitude pode causar danos as estruturas, tornando de suma importância a elaboração de um estudo de frequência de eventos raros.

No caso da utilização dos dados de chuva nos trabalhos de engenharia, além da magnitude e da frequência, mencionadas acima, a duração e a distribuição espacial também são fundamentais.

A magnitude é expressa pela intensidade da precipitação, ou seja, a altura de chuva que precipita em um intervalo de tempo, por exemplo, milímetros por hora (mm/h) ou por minuto (mm/min.). A duração é o período de tempo do evento chuvoso, e a frequência refere-se a expectativa de ocorrência de intensidades de chuva iguais ou superiores a um dado valor, para uma duração determinada. A distribuição espacial reflete a variação das relações entre a intensidade, a duração e a frequência de uma precipitação de uma localidade para outra, podendo ser obtida através de uma análise regional dos diversos postos de coleta de dados localizados na área de interesse.

As características, intensidade, duração e frequência podem ser sintetizadas através de curvas chamadas curvas IDF (Intensidade-Duração-Frequência) ou equações que refletem essas relações.

Observa-se, ao se correlacionar as durações e as intensidades das chuvas, que quanto maior for a duração, menos intensa será a precipitação; e que quanto maior tempo o tempo de retorno, ou seja, menor frequência, maior a intensidade da chuva.

As relações IDF podem ser locais, ou seja, utilizam as informações de uma estação pluviográfica ou automática na sua definição, ou regional, onde os dados de todos os postos de uma região considerada homogênea são utilizados no estabelecimento das relações IDF da região.

Este trabalho procura fazer uma síntese da metodologia utilizada no projeto Atlas Pluviométrico do Brasil na determinação das relações IDF locais, dissertando sobre a coleta de dados, a análise de frequência e a definição das equações de chuvas intensas. Também descreve a metodologia utilizada no estabelecimento de equações IDF a partir da desagregação dos dados de precipitações diárias máximas por ano hidrológico.



# 1 - COLETA DOS DADOS

Os dados necessários para a definição das relações IDF são oriundos da análise dos pluviogramas das estações pluviográficas e/ou dos dados das estações automáticas. Através desses registros é possível fazer a seleção das chuvas consideradas intensas para as diversas durações. A Figura 01 apresenta a reprodução de um pluviograma que contém chuvas consideradas intensas para diversas durações.



Figura 01 – Pluviograma de 11 de janeiro de 2011 em Vargem Alta – Nova Friburgo-RJ.

As durações adotadas para as chuvas intensas são definidas a partir dos propósitos para os quais se destinam e por limitações impostas pela precisão de leitura nos registros pluviográficos. O Quadro 01 apresenta as durações adotadas por alguns autores e as utilizadas no projeto Atlas Pluviométrico do Brasil.

Autores	Duração (min.)					Duração (horas)								Duração (dias)						
	5	15	30			1	2	4	8	14	24	48				1	2	3	4	6
Pfafstetter 1957	5	15	30			1	2	4	8	14	24	48				1	2	3	4	6
Villela, 1977	5	10	15	30	45	1	2	3	6	12	24									
Wilken, 1978	5	10	15	20	30	45	1	1,5	2	3	4									
Bertoni 1993	5	10	15	30			1	2	4	6	12	18	24							
Pinheiro 1997	10	15	30	45			1	2	3	4	8	14	24							
PARH 1997	5	10	15	30	45		1	2	3	4	8	14	24	48						
ATLAS 2013	5	10	15	30	45		1	2	3	4	8	14	20	24						

Quadro 01 – Durações de chuvas recomendadas por alguns autores.

Na análise dos pluviogramas é necessário fazer a seleção das chuvas consideradas intensas, ou seja, aquelas que tenham intensidades maiores que os limites mínimos estipulados para cada duração. O Quadro 02 mostra alguns valores mínimos recomendados em diferentes trabalhos e os adotados pelo projeto Atlas Pluviométrico do Brasil.

Os limites mínimos definidos por Pfafstetter, no trabalho Chuvas Intensas no Brasil, foram escolhidos de modo que, em cada posto e para cada duração, se obtivesse na média 3 (três) chuvas intensas por ano de observação.

A pesquisa das chuvas intensas nos pluviogramas pode ser realizada manualmente ou trabalhando os dados digitalizados. A seleção manual da precipitação considerada como intensa é feita pesquisando-se a parte de maior inclinação no registro efetuado pela pena no pluviograma ou, buscando-se a maior altura de chuva para a duração considerada.

Autor	Pfafstetter (1957)		Wilken (1978)		PARH (1997)		ATLAS (2013)	
	P (mm)	i (mm/h)	P (mm)	i (mm/h)	P (mm)	i (mm/h)	P (mm)	i (mm/h)
5 min	8	96	10	120	8	96	8	96
10 min			12	72	12	72	12	72
15 min	15	60	15	60	15	60	15	60
20 min			17	51				
30 min	20	40	20	40	20	40	20	40
45 min			23	30,6	23	30,6	23	30,6
1 h	25	25	25	25	25	25	25	25
1,5 h			28	18,7				
2 h	30	15	30	15	30	15	30	15
3 h			33	11	33	11	33	11
4 h	35	8,8	35	8,8	35	8,8	35	8,8
8 h	40	5			40	5	40	5
14 h	47	3,4			47	3,4	47	3,4
20 h							55	2,75
24 h	55	2,3			55	2,3	55	2,3
48 h	70	1,5			70	1,5	70	1,5
1 dia	60							
2 dias	80							
3 dias	100							
4 dias	120							
6 dias	150							

Quadro 02 – Limites mínimos para chuvas intensas.

No Projeto Atlas Pluviométrico, nos estudos de definição das relações IDF são utilizados os pluviogramas digitalizadas. A organização e a extração das intensidades por duração dos pluviogramas digitalizados é realizada com o programa **ATLASPLU**, desenvolvido pelo Pesquisador em Geociências da CPRM Carlos Eduardo de Oliveira Dantas. O programa permite a leitura dos dados de pluviógrafos digitalizados pelos softwares Hidro Graph, desenvolvido pelo Grupo de Pesquisa em Recursos Hídricos do DEA/UFV, e do GEDAC, desenvolvido pelo IPH/UFRGS. Além disso, também lê arquivos em um formato padrão do próprio software. O ATLASPLU, a partir de arquivos oriundos da digitalização de pluviogramas, gera um arquivo no formato TEXTO (\*.txt) com incrementos de precipitação nas durações de 5 minutos, 10 minutos, 15 minutos, 30 minutos, 45 minutos, 1 hora, 2 horas, 3 horas, 4 horas, 8 horas, 14 horas, 20 horas, 24 horas e 48 horas.

Em um mesmo evento chuvoso pode haver chuvas consideradas intensas para diferentes durações, sendo que neste caso, o início ou o fim das chuvas intensas não precisam ser coincidentes. Alguns autores, como Brandão e Hipólito (1995), Huff (1967) apud Pinheiro (1997), consideram eventos chuvosos distintos, aqueles que apresentam um período mínimo de 6 horas sem chuva entre eles. Outro fator que deve ser considerado na separação de eventos chuvosos distintos é o conhecimento, quando possível, dos processos originadores da precipitação, como por exemplo, frentes frias estacionárias, processos convectivos de final de tarde devido ao aquecimento diurno etc. É importante ressaltar que para um mesmo evento chuvoso, pode ser extraída somente uma chuva intensa para cada duração.

No Projeto Atlas Pluviométrico do Brasil é adotado o Princípio das Durações Prolongadas de Sherman, onde chuvas em que a precipitação total apresenta valores significativos para períodos maiores que a duração real do evento, deve-se considerar como se tivesse continuado durante tempos maiores (Pfafstetter, 1957). Por exemplo, uma chuva de 15 minutos de duração que produziu uma precipitação de 22 mm, pode ser adotada não só como uma chuva de 15 minutos, mas também como uma chuva de 20 e 30 minutos, caso fossem adotados os limites mínimos estipulados por Pfafstetter em 1957 e Wilken em 1978.

## **2 - ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DE EVENTOS EXTREMOS**

A análise de frequência de eventos extremos de precipitação tem por objetivo permitir a estimativa da altura de chuva (mm) ou intensidade (mm/h), associados a uma probabilidade de excedência.

A análise estatística das informações coletadas dos pluviogramas pode ser efetuada com a utilização de dois tipos de séries de dados: (i) as séries de máximos anuais, que consiste na seleção das maiores precipitações ocorridas num intervalo de tempo anual para as durações definidas; (ii) e as séries de duração parcial, para as quais são selecionados todos os valores observados superiores a um valor limite definido para cada duração.

As séries assim constituídas devem ser representativas do processo analisado, não apresentando erros acidentais ou sistemáticos e possuir um número mínimo de elementos para garantir uma boa confiabilidade nas extrapolações (Pires,1994).

Basicamente, as etapas para análise de frequência local para definição das relações IDF são as seguintes:

- Optar pela utilização de séries de valores máximos anuais ou séries de duração parcial.
- Avaliar a consistência dos dados e organizar as séries de intensidades ou alturas de chuva por duração.
- Verificar a presença de valores atípicos (outliers)
- Avaliar a independência, a homogeneidade e a estacionariedade das séries.
- Estimar a distribuição empírica das intensidades de chuva de cada duração.
- Definir as distribuições teóricas de probabilidades candidatas a modelagem das intensidades de chuva.
- Calcular, para cada duração, os parâmetros das distribuições teóricas de probabilidades candidatas.
- Definir a distribuição teórica que será adotada na modelagem das séries a partir da verificação da aderência à distribuição empírica.
- Estimar, para cada duração, os quantis associados a diferentes tempos de retorno.
- Traçar as curvas Intensidade-Duração-Frequência.

Na etapa de consistência procura-se identificar problemas com os registros de chuva que poderiam desacreditar as informações, como por exemplo, pluviômetro muito descalibrado, relógio travando, diferenças significativas entre leitura do pluviômetro e o registro do pluviograma etc.

A presença de valores atípicos (superiores e inferiores) é avaliada com o critério do gráfico Box-Plot (Naghettini e Pinto, 2007, página 39) e com o teste de Grubbs e Beck (Naghettini e Pinto, 2007, página 287). O valor atípico pode ter origem em erros de medição ou de processamento, mas, também pode ser o produto de causas naturais indeterminadas. Se for identificado que o valor atípico é inconsistente, este deve ser excluído da amostra. Em caso de presença de outliers realmente observados deve-se avaliar a manutenção ou retirada destes pontos amostrais atípicos. Pois, a presença de pontos atípicos em uma dada amostra, pode afetar drasticamente o ajuste da distribuição de probabilidades.

A independência dos valores de uma série significa que nenhuma observação pode influenciar a ocorrência, ou não ocorrência, da observação seguinte. No projeto Atlas Pluviométrico do Brasil a hipótese de independência é avaliada com o teste não paramétrico proposto por Wald e Wolfowitz (1943). A descrição detalhada deste teste é encontrada em Naghettini e Pinto (2007), página 264.

Uma amostra é considerada homogênea quando todos os elementos provêm de uma única e idêntica população. A recomendação é avaliar a homogeneidade da série por meio do teste não-paramétrico proposto por Mann e Whitney (1947), o qual está descrito em detalhes em Naghettini e Pinto (2007), página 265.

A estacionariedade de uma série, de um ponto de vista intuitivo, está associada a não alteração das características estatísticas ao longo do tempo o que significa a não existência de tendências e saltos. Nos trabalhos do Atlas a verificação da estacionariedade das séries é efetuada pelo teste não-paramétrico de Spearman, o qual encontra-se descrito em Naghettini e Pinto (2007), página 267.



A estimativa da distribuição empírica é realizada com ordenação decrescente das séries por duração e o cálculo da posição de plotagem pela fórmula de Weibull, ou seja, no caso de séries de máximos por ano hidrológico temos  $P(P>p)=m/((N+1))$ , onde  $m$  é número de ordem e  $N$  o tamanho de amostra.

A distribuição empírica no caso de séries de duração parcial será detalhada no item 2.2.

A definição da distribuição teórica de probabilidade é de suma importância, pois valores calculados para um mesmo período de retorno podem apresentar grandes variações quando estimados por diferentes distribuições. Nos estudos do Atlas de frequência das séries de intensidades ou alturas de chuva de diferentes durações são adotadas as distribuições candidatas de 2 ou 3 parâmetros.

Quando se utilizar as séries de máximos por ano hidrológico (SA) as distribuições candidatas são: a Generalizada de Pareto (3P); a Generalizada de Eventos Extremos (3P); a Generalizada Logística (3P); a Gama (2P); a Gumbel (2P) e a Exponencial (2P). Adotando-se as séries de duração parcial (SDP) as distribuições candidatas serão as mesmas, desde que as taxas de excedência anual de eventos sejam oriundas de processo Poissoniano, como será apresentado no item 2.2

A estimativa dos parâmetros das distribuições candidatas é efetuada pelo método dos momentos-L. O Anexo I apresenta as funções densidade e acumulada de probabilidades das distribuições candidatas e as equações para cálculo dos parâmetros.

A aderência da distribuição teórica candidata à curva da distribuição empírica é verificada pelos testes do Qui-Quadrado, de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling. A descrição detalhada destes testes é encontrada em Naghettini e Pinto (2007), páginas de 271 a 280.

O Anexo I apresenta uma pequena descrição dos momentos-L, as funções densidade de probabilidade acumulada das distribuições candidatas, além das equações obtidas pelo método dos momentos-L para a estimativa dos parâmetros das distribuições.

## 2.1 - SÉRIES DE VALORES MÁXIMOS ANUAIS (SA)

Quando se utiliza as séries de valores máximos anuais, assume-se que os eventos selecionados são independentes e identicamente distribuídos. A independência dos eventos pode ser assegurada pela seleção dos dados de precipitação por ano hidrológico.

Segundo Wilken (1978), para fins práticos, as séries de duração parcial e as séries anuais não diferem muito, exceto para baixos períodos de retorno, recomendando a análise com os dois tipos de séries para comparação.

O relatório dos estudos de vazões do Natural Environment Research Council da Inglaterra em 1975, recomenda o uso de séries de valores máximos anuais quando se dispõe de mais de 25 anos de observações (NERC, 1975).

Occhipinti (1965) apud Wilken (1978) e Villela (1977), afirmam que as séries anuais revelam-se mais significantes, pois são definidos em termos de sua ocorrência em vez da sua magnitude.

## 2.2 - SÉRIES DE DURAÇÃO PARCIAL (SDP)

Para montagem destas séries são selecionados os valores observados superiores a um limite especificado para cada duração. Assim, dispondo de uma série de  $n$  anos, é possível analisar,  $2N$ ,  $3N$  ... máximos.

A modelagem com séries de duração parcial (SDP) resulta em dois questionamentos. Primeiro, qual é o melhor modelo para a taxa de excedências dos eventos maiores que um limite estipulado, e segundo, qual é o modelo que descreve a magnitude desses eventos. Por exemplo, a distribuição de Poisson é frequentemente usada para modelar a taxa de excedência dos eventos, e geralmente uma distribuição exponencial descreve a magnitude dos picos que excedem o limite estabelecido. (Stedinger *et al.* 1992)

As séries de duração parcial são utilizadas assumindo-se que os eventos selecionados são independentes e identicamente distribuídos. Esta independência pode ser garantida com a seleção de eventos que apresentam períodos sem chuva entre eles e considerando os eventos formadores da precipitação, conforme descrito no item 1.

Bertoni e Tucci (1993) afirmam que a metodologia de séries parciais é utilizada quando o número de anos de dados é pequeno (< 12 anos) e os tempos de retorno que serão utilizados são inferiores a 5 anos.

Wang (1991) apud Laura (1997) mostrou que os modelos de séries parciais também são eficientes para grandes períodos de retorno.

Kite (1977), indica que a escolha das séries de duração parcial ou anual depende das relações entre o evento hidrológico e do tipo e características da infraestrutura a projetar-se.

Moreira et al. (1983), em estudo comparativo sobre a utilização de séries de duração parcial ou de máximos anuais para estimativa de vazões extremas através de séries sintéticas obtiveram resultados conflitantes. As vezes, as séries parciais mostravam-se mais precisas, produzindo quantis estimados com menor erro médio absoluto em relação aos gerados nas séries sintéticas, do que as séries de máximos anuais. Outras vezes, ocorria o inverso.

As distribuições mencionadas para o modelo de máximos anuais também podem ser utilizadas no modelo de duração parcial. Entretanto, verifica-se na prática que a distribuição exponencial é a mais utilizada.

Pinheiro (1997) utilizou o modelo Poisson-Exponencial com séries de duração parcial que possuíam duas vezes o número de anos observados ( $\lambda\lambda = 2$ ) e aplicando a metodologia do "Index-Flood" com a utilização de momentos-L estabeleceu uma equação do tipo IDF para a Região Metropolitana de Belo Horizonte.

## 2.2.1 - Modelos com séries de duração parcial

### 2.2.1.1 - A distribuição de Poisson

A distribuição de Poisson foi estudada por Siméon-Denis Baron Poisson (1781-1840), sendo publicada pela primeira vez em 1837 no livro "Recherches sur la probabilité des jugements en matière criminelle e matière civile". Esta distribuição pode surgir nas seguintes condições:

- Independência entre os eventos
- Probabilidade constante de evento para evento

Por definição, uma variável aleatória discreta  $X$ , segue a distribuição de Poisson com parâmetro  $\lambda$ , se sua distribuição de probabilidade é dada por:

$$f(x) = \begin{cases} \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!} & , \quad x = 0,1,2,3,\dots \\ 0 & \text{em outros casos} \end{cases} \quad (01)$$

Esta distribuição apresenta as seguintes propriedades:

$$E(x) = \lambda \quad \text{e} \quad \text{Var}(x) = \lambda \quad (02)$$

$$f(x+1, \lambda) = f(x, \lambda) \frac{\lambda}{\lambda + 1} \quad (03)$$

onde  $E(x)$  e  $\text{Var}(x)$  são respectivamente o valor esperado e a variância populacionais.

Caso o número de excedências anuais das séries de duração parcial satisfaçam os critérios da distribuição de Poisson, temos que o número de eventos,  $\eta(t)$ , em um intervalo de tempo  $(0,t]$  é uma variável aleatória descrita pela distribuição de Poisson como está apresentado a seguir:

$$P[\eta(t) = x] = P_X = \frac{(\lambda t)^x}{x!} \exp(-\lambda t) \quad x = 0,1,2,3,\dots \quad (04)$$

onde,

$P[\eta(t) = x]$  é a probabilidade de  $x$  excedências em um intervalo de tempo  $(0, t]$

$\lambda$  é o número médio de eventos por unidade de tempo

$$E[\eta(t)] = \text{Var}[\eta(t)] = \lambda t \quad (05)$$

### 2.2.1.2 - Modelo Poisson-Pareto

Existem relações importantes entre a distribuição de probabilidade para máximos anuais e a frequência de eventos em uma série de duração parcial. Para uma SDP, com taxa de excedência,  $\eta$ , que é igual ao número médio de eventos por ano maiores que um limite estabelecido ( $x_0$ ), e  $G(x)$  a probabilidade dos eventos serem menores que  $x$  e estarem na faixa  $(x_0, x)$ ; temos que a taxa de excedência para qualquer limite  $x$ , com  $x \geq x_0$  é:

$$\lambda^* = \lambda[1 - G(x)] \quad (06)$$

onde,

$\lambda^*$  é a taxa de excedência para qualquer limite  $x$ , com  $x \geq x_0$ ;

$[1 - G(x)]$  é a probabilidade dos eventos serem maiores que  $x$ , sendo  $x \geq x_0$ ;

$\lambda$  é taxa de excedência (número médio de eventos por ano maiores que um limite estabelecido) ;

A função de distribuição acumulada correspondente a série de máximos anuais,  $F_a(x)$ , é a probabilidade que um máximo anual não excederá  $x$ . Para eventos independentes, a probabilidade de não excedência de  $x$  em um ano é dada pela distribuição de Poisson:

$$P_X = \frac{[\lambda t]^x}{x!} \exp(-\lambda t) \quad x = 0, 1, 2, 3, \dots \quad (07)$$

Para  $x = 0$  (não há excedência) e  $t = 1$  ano, temos:

$$P_X = \exp(-\lambda) \quad (08)$$

$$F_a(x) = \exp(-\lambda^*) \quad (09)$$

$$F_a(x) = \exp\{-\lambda[1 - G(x)]\} \quad (10)$$

A equação acima representa a relação entre a função de distribuição acumulada para máximos anuais,  $F_a(x)$ , a razão de ocorrência dos eventos acima do limite estipulado,  $\lambda$ , e a distribuição acumulada da série de duração parcial,  $G(x)$ .

Se a probabilidade de excedência anual,  $[1 - F_a(x)]$ , dada por  $1/T_a$ , onde  $T_a$  é o período de retorno anual, e a correspondente probabilidade de excedência,  $[1 - G(x)]$ , para um nível  $x$  em uma série de duração parcial é dada por  $q_e$ , temos:

$$1 - F_a(x) = 1 - \exp(-\lambda q_e) \quad (11)$$

$$\frac{1}{T_a} = 1 - \exp\left(-\frac{1}{T_p}\right) \quad (12)$$

onde  $T_p = 1/(\lambda q_e)$

$$T_a = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{1}{T_p}\right)} \quad (13)$$

$$T_a = \frac{1}{1 - \exp\left(-\frac{1}{T_p}\right)} \quad \text{ou} \quad T_p = \frac{1}{\ln(T_a) - \ln(T_a - 1)} \quad (14)$$

A distribuição das magnitudes dos eventos maiores que  $x_0$ , é usualmente modelada pela distribuição Generalizada de Pareto (GDP), cuja função acumulada é dada por:

$$G(x) = 1 - \left[1 - K\left(\frac{x - x_0}{\alpha}\right)\right]^{\frac{1}{K}} \quad (15)$$

para

$$K > 0, \quad x_0 < x \leq x_0 + \frac{\alpha}{K}$$

$$K < 0, \quad x_0 < x < \infty$$

$K = 0$ , gera uma distribuição exponencial de dois parâmetros.

Substituindo  $G(x)$  na equação 10, quando  $K \neq 0$ , obtemos a distribuição Generalizada de Extremos (GEV) para a série de máximos anuais maiores que  $x_0$ .

$$F_a(x) = \exp\left[-\left(1 - K\left(\frac{x - \xi}{\alpha^*}\right)\right)^{\frac{1}{K}}\right] \quad K \neq 0 \quad (16)$$

Os parâmetros transformados de  $\xi$  e  $\alpha^*$  são assim definidos:

$$\xi = x_0 + \frac{\alpha(1 - \lambda^{-K})}{K} \quad (17)$$

$$\alpha^* = \alpha\lambda^{-K} \quad (18)$$

sendo que a função inversa é igual a:

$$x(F_a) = x_0 + \frac{(\alpha - \alpha^*)}{K} + \frac{\alpha^*}{K} \left\{1 - [-\ln(F_a)]^K\right\} \quad (19)$$

E quando  $K = 0$ , teremos a distribuição de Gumbel.

$$F_a(x) = \exp\left\{-\exp\left[-\left(\frac{x - \xi}{\alpha}\right)\right]\right\} \quad K = 0 \quad (20)$$

com parâmetro transformado:

$$\xi = x_0 + \alpha \ln(\lambda) \quad (21)$$

e função inversa :

$$x(F_a) = x_0 - \alpha \{ \ln[-\ln(F_a) - \ln(\lambda)] \} \quad (22)$$

Este modelo, chamado Poisson-Pareto, permite a análise de séries de duração parcial e a obtenção direta dos quantis para períodos de retornos anuais.

A aplicação dos modelos de série de duração parcial é possível quando se garante que a taxa de excedência dos eventos,  $\lambda$ , segue um modelo poissoniano. Uma das maneiras de se verificar esta condição é através de um teste elaborado por Cunnane (1979), apresentado no Anexo II.

A estimativa da distribuição empírica das series de duração parcial é realizada com ordenação decrescente das séries por duração e o cálculo da posição de plotagem pela fórmula de Weibull, ou seja,  $q_e = P(P > p) = m / (N + 1)$ , onde  $m$  é número de ordem e  $N$  o tamanho de amostra. O tempo de retorno parcial é calculado por  $T_p = 1 / (\lambda q_e)$ , onde  $\lambda$  é taxa de excedência. E, finalmente, a estimativa do tempo de retorno anual é realizada com a equação 13.

## 3 - Equação IDF

Após a análise de frequência, as curvas que representam as relações entre a intensidade, a duração e a frequência de ocorrência de precipitações intensas podem ser expressas por uma equação.

Dentre os diversos trabalhos elaborados para o estabelecimento de equações IDF destacam-se os de Pfafstetter (1957), Occhipinti e Santos (1965) e Wilken (1978). Nos estudos desenvolvidos no Projeto Atlas Pluviométrico as relações IDF realizados com dados pluviográficos são representadas pela equação:

$$i = \frac{kT^\gamma}{(t+b)^c} \quad (23)$$

$i$  é a intensidade da precipitação em mm/h

$T$  é o tempo de retorno em anos

$t$  é a duração da precipitação em minutos

$k, \gamma, b, c$  são os parâmetros da equação

Os parâmetros são estimados com o algoritmo de gradiente reduzido generalizado (GRG2) desenvolvido por Lasdon e Waren (1981) para resolver problemas não lineares e que está disponível no Microsoft Excel Solver.

A estimativa dos parâmetros da equação com o Solver é realizada de duas maneiras diferentes. Na primeira se busca a minimização da Raiz do Erro Quadrático Médio (REQM), ou seja, os valores dos parâmetros são alterados até que se encontre o mínimo para a função:

$$REQM = \sqrt{\frac{\sum (i_a - i_c)^2}{N-1}} \quad (24)$$

Na segunda, o objetivo é minimizar Desvio Percentual Médio Absoluto (DPMA). O algoritmo pesquisa o conjunto de parâmetros que minimiza a equação:

$$DPMA = \frac{\sum \frac{|i_a - i_c|}{i_a} \cdot 100}{N} \quad (25)$$

onde, nas duas funções objetivo temos:

$i_a$  é a intensidade obtida na análise de frequência,

$i_c$  é a intensidade calculada pela equação e

$N$  o tamanho da amostra.

As soluções encontradas pelo solver utilizando o algoritmo de gradiente reduzido generalizado (GRG2) são sensíveis aos parâmetros arbitrados inicialmente. Assim, sugere-se que os parâmetros iniciais da equação IDF para busca da melhor solução sejam obtidos da maneira descrita a seguir.

Por anamorfose logarítmica temos que a equação 23 que representa as relações IDF é transformada em:

$$\log i = \log A + c \log(t+b) \quad (26)$$

onde,  $A = kT^\gamma$

a) Estimativa inicial do parâmetro "b"

Ao se grafar , para cada tempo de retorno, os pares de pontos "(t + b)" versus "i" em papel bilogarítmico, adotando inicialmente "b" = 0, constata-se um alinhamento dos pontos. Entretanto, para durações menores

os pontos apresentam uma curvatura. Assim, procura-se determinar um valor para “*b*” que retifica a curva. A determinação do parâmetro “*b*” é feita variando-se o seu valor até a linearização da curva.

*b) Estimativa inicial do parâmetro “c”*

A partir da definição do parâmetro “*b*”, é possível determinar para cada tempo de retorno, através do método dos mínimos quadrados, os valores de “*c*” e “*log A*”. Adotando a curva de ajuste como sendo a equação 26, os valores de “*c*” e “*log A*”, para cada tempo de retorno, são determinados de maneira que a soma dos quadrados dos desvios entre os valores calculados de “*i*” e os observados seja a menor possível. Assim, para

$$x = i_{\text{observado}} - i_{\text{calculado}} \quad (27)$$

Temos que,

$$\sum x^2 = \sum [\log i - \log A + c \log(t + b)]^2 \quad (28)$$

Esta equação será um mínimo quando as suas derivadas parciais em relação a “*c*” e a “*log A*” forem iguais a zero.

$$\frac{\partial(\sum x^2)}{\partial \log A} = 0 \quad \frac{\partial(\sum x^2)}{\partial c} = 0 \quad (29)$$

Resolvendo as derivadas obtêm-se as duas equações normais.

$$\sum \log i = n \log A - c \sum \log(t + b) \quad (30)$$

$$\sum [\log i \cdot \log(t + b)] = \log A \cdot \sum \log(t + b) - c \cdot \sum [\log(t + b)]^2 \quad (31)$$

A resolução do sistema de equações acima resulta nos seguintes valores para as incógnitas:

$$\log A = \frac{\sum \log i \cdot \sum [\log(t + b)]^2 - \sum \log(t + b) \cdot \sum [\log i \cdot \log(t + b)]}{n \cdot \sum [\log(t + b)]^2 - [\sum \log(t + b)]^2} \quad (32)$$

$$c = \frac{\sum \log(t + b) \cdot \sum \log i - n \cdot \sum [\log i \cdot \log(t + b)]}{n \cdot \sum [\log(t + b)]^2 - [\sum \log(t + b)]^2} \quad (33)$$

onde,

*n* é igual ao número de durações adotadas no estudo.

As equações 32 e 33 permitem calcular um valor de “*log A*” e “*c*” para cada tempo de retorno utilizado na definição das curvas IDF.

Sugere-se que o valor do parâmetro “*c*” da equação IDF seja a média dos valores calculados.

Estimativa iniciais dos parâmetros “*k*” e “*γ*”

Os parâmetros *k* e *γ*, são determinados a partir dos valores de “*log T*” e os de “*log A*” obtidos na análise anterior.

Como,  $A = kT^\gamma$  temos por anamorfose logarítmica que:

$$\log A = \log k + \gamma \log T \quad (34)$$

Adotando esta equação como a curva de ajuste e aplicando o método dos mínimos quadrados obtêm-se:

$$\log k = \frac{\sum (\log T)^2 \cdot \sum \log A - \sum (\log A \cdot \log T) \cdot \sum \log T}{n \cdot \sum (\log T)^2 - (\sum \log T)^2} \quad (35)$$

$$\gamma = \frac{n \sum (\log A \cdot \log T) - \sum \log T \cdot \sum \log A}{n \sum (\log T)^2 - (\sum \log T)^2} \quad (36)$$

onde,

$n$  é igual ao número de períodos de retorno utilizados na definição das curvas IDF.

O parâmetro  $\gamma$  é estimado diretamente com a equação 36. O parâmetro  $k$  é obtido calculando o inverso de “ $\log k$ ”, o qual é obtido com a equação 35.

### 3.1 DEFINIÇÃO DA EQUAÇÃO IDF

A avaliação do ajuste entre os pontos oriundos da análise de frequência e os valores obtidos pela equação definida no estudo pode ser realizado pelo cálculo da raiz do erro quadrático médio (REQM), dos desvios percentuais médios absolutos (DPMA), além da comparação gráfica. Adotar como critério o máximo desvio percentual médio absoluto de 10% entre os valores gerados com os resultados da análise de frequência e aqueles obtidos com a equação.

A análise gráfica permite que se visualize, quando se grafa os valores oriundos da análise de frequência “versus” os obtidos pela equação definida no estudo, o alinhamento dos pontos. Em uma situação ideal, o modelo descrevendo perfeitamente a variação da amostra, os pontos representarão uma reta que passa pela origem, com coeficiente angular e coeficiente de determinação iguais a 1.





## 4 - Resumo esquemático de definição de uma equação IDF

- a. A partir dos pluviogramas da estação pluviográfica para a qual se deseja definir as relações IDF, selecionar os eventos de chuvas intensas para diversas durações conforme descrito no item 1.
- b. Com os eventos selecionados montar as séries de duração parcial ou de máximas anuais para cada duração a fim de efetuar o estudo de frequência.
  - i. Verificar a presença de valores atípicos (outliers) com o critério do gráfico Box-Plot (Naghettini e Pinto, 2007, página 39) e com o teste de Grubbs e Beck (Naghettini e Pinto, 2007, página 287).
  - ii. Se for utilizar as séries de duração parcial aplicar o teste de Cunnane para verificar se as excedências dos eventos,  $\lambda$ , segue um modelo poissoniano. Adotar o nível de significância de 2% a 5%. Ver Anexo II.
- c. Avaliar a independência das séries aplicando o teste não paramétrico proposto por Wald e Wolfowitz (1943) para o nível de significância de 2% a 5%. Ver Naghettini e Pinto (2007), página 264.
- d. Avaliar a homogeneidade das séries aplicando o teste não-paramétrico proposto por Mann e Whitney (1947) para o nível de significância de 2% a 5%. Ver Naghettini e Pinto (2007), página 265.
- e. Avaliar a estacionariedade das séries aplicando pelo teste não-paramétrico de Spearman para o nível de significância de 2% a 5%. Ver Naghettini e Pinto (2007), página 267.
- f. Estimar a distribuição empírica.
  - i. No caso de séries de máximos anuais, ordenar de forma decrescente as séries por duração e calcular a posição de plotagem pela fórmula de Weibull, ou seja,  $P(P>p)=m/((N+1))$ , onde  $m$  é número de ordem e  $N$  o tamanho de amostra.
  - ii. Para as séries de duração parcial calcular a posição de plotagem pela fórmula de Weibull, ou seja,  $q_e=P(P>p)=m/((N+1))$ , onde  $m$  é número de ordem e  $N$  o tamanho de amostra. O tempo de retorno parcial é calculado por  $T_p=1/((\lambda q_e))$ , onde  $\lambda$  é taxa de excedência. A estimativa do tempo de retorno anual é realizada com a equação 13.
- g. Calcular os momentos-L amostrais das séries por duração e estimar os parâmetros das distribuições candidatas. Ver Anexo I. As distribuições candidatas são: a Generalizada de Pareto (3P); a Generalizada de Eventos Extremos (3P); a Generalizada Logística (3P); a Gama (2P); a Gumbel (2P) e a Exponencial (2P). Adotando-se as séries de duração parcial (SDP) as distribuições candidatas serão as mesmas, desde que as taxas de excedência anual de eventos sejam oriundas de processo Poissoniano. Ver o item 2.2.2.
- h. Escolher a distribuição candidata teórica que melhor adere à curva da distribuição empírica. Para tanto, aplicar, a um nível de significância de 2% a 5%, os testes de aderência do Qui-Quadrado, de Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling. Ver Naghettini e Pinto (2007), páginas de 271 a 280. Também analisar o ajuste visual da aderência entre as distribuições empíricas e teóricas em um gráfico de probabilidade de Gumbel.
- i. Utilizando a distribuição teórica selecionada no item anterior, definir, para cada duração, os quantis associados aos diferentes tempos de retorno. Por exemplo,

Tr (anos)	DURAÇÃO				
	5 min	10 min	15 min	...	12 Horas
2	$I_{5-2}$	$I_{10-2}$	$I_{15-2}$	...	$I_{12h-2}$
5	$I_{5-5}$	$I_{10-5}$	$I_{15-5}$	...	$I_{12h-5}$
10	$I_{5-10}$	$I_{10-10}$	$I_{15-10}$	...	$I_{12h-10}$
20	$I_{5-20}$	$I_{10-20}$	$I_{15-20}$	...	$I_{12h-20}$
25	$I_{5-25}$	$I_{10-25}$	$I_{15-25}$	...	$I_{12h-25}$
50	$I_{5-50}$	$I_{10-50}$	$I_{15-50}$	...	$I_{12h-50}$
100	$I_{5-100}$	$I_{10-100}$	$I_{15-100}$	...	$I_{12h-100}$

O maior tempo de retorno indicado para estimar um quantil é no máximo igual a  $3.N$ , onde  $N$  é o tamanho da amostra. Entretanto, o executor pode adotar o maior tempo de retorno superior a  $3.N$ , desde que justifique a escolha.

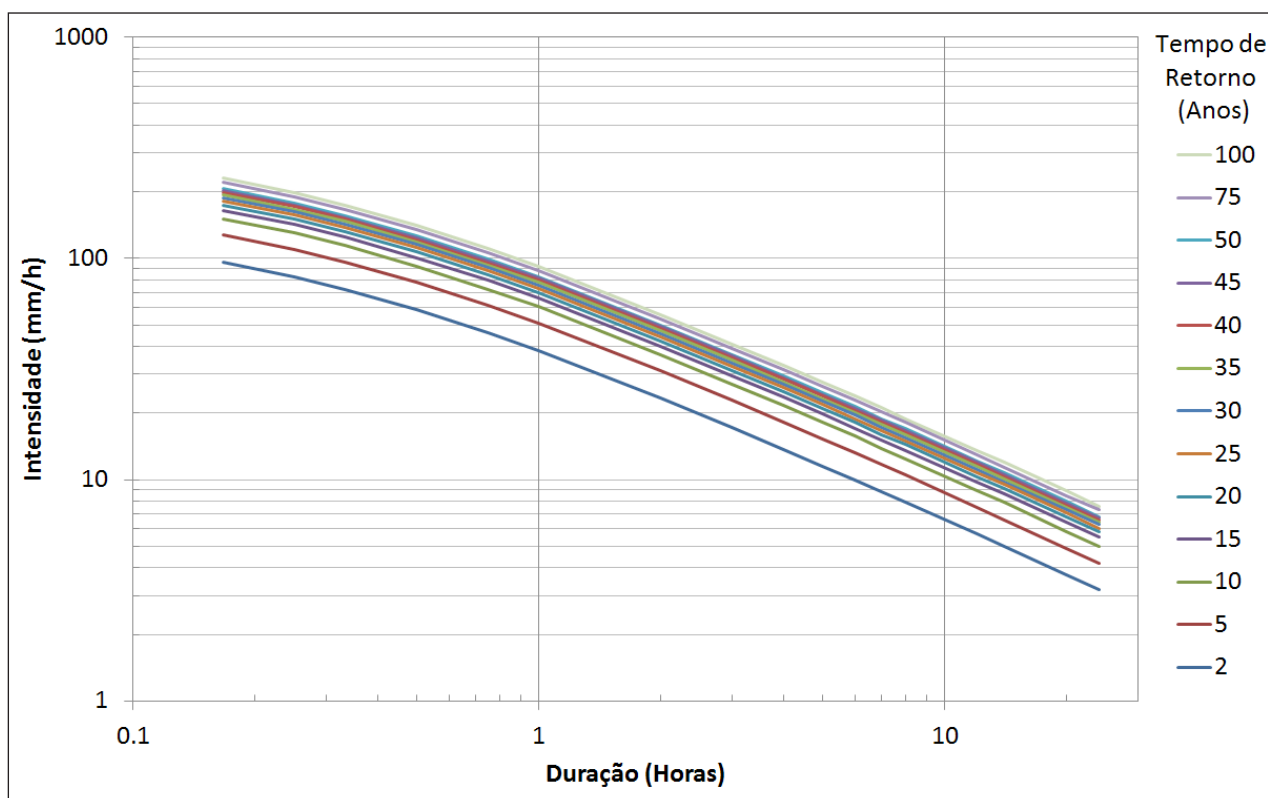


Figura 2 – Exemplo de curvas IDF.

- j. Com os quantis associados a vários tempo de retorno calcular as diferenças entre as alturas de precipitações de diferentes durações para verificar possíveis incoerências nas intensidades de durações sequentes.
- k. Com os quantis associados a vários tempo de retorno calcular as relações entre as alturas de precipitações de diferentes durações.
  - i. (Pd1/Pd2): 5 Minutos/10 Minutos; 10 Minutos/15 Minutos; 15 Minutos/30 Minutos; 30 Minutos/45 Minutos; 45 Minutos/1 Hora ; 1 Hora/2 Horas; 2 Horas/3 Horas; 3 Horas/4 Horas; 4 Horas/8 Horas; 8 Horas/14 Horas; 14 Horas/20 Horas; 20 Horas/24 Horas.
  - ii. (Pd/P1hora): 5 Minutos/1 Hora; 10 Minutos/1 Hora; 15 Minutos/1 Hora; 30 Minutos/1 Hora; 45 Minutos/1 Hora
  - iii. (Pd/P24horas): 1 Hora/24 Horas; 2 Horas/24 Horas; 3 Horas/24 Horas; 4 Horas/24 Horas; 8 Horas/24 Horas; 14 Horas/24 Horas; 20 Horas/24 Horas.

- I. A partir das curvas geradas com a análise de frequência é possível definir uma ou mais equações que representem as relações Intensidade-Duração-Frequência. Para tanto, calcular os parâmetros da equação 23.
  - i. Primeiramente estimar os parâmetros iniciais da equação 23. Ver item 3.
  - ii. Executar o Solver, iniciando com o conjunto de parâmetros obtidos no item *i*, para encontrar os conjuntos de parâmetros que minimizam as funções objetivo REQM e DPMA. Ver item 3.
  - iii. Selecionar o conjunto de parâmetros mais adequado. Ver item 3.1.



## **5 - DEFINIÇÃO DAS RELAÇÕES IDF A PARTIR DA DESAGREGAÇÃO DAS CHUVAS DIÁRIAS**

Muitas localidades dispõem apenas de pluviômetros, que são aparelhos acumuladores de chuva. De uma forma geral, os dados obtidos com os pluviômetros referem-se a altura diária de chuva, ou seja, realiza-se somente uma leitura diária em horário fixo, por exemplo as 07 horas da manhã como nas estações da Agência Nacional de Águas. A leitura diária representa a precipitação acumulada em 24 horas não se importando com a duração da chuva ocorrida.

Assim, como não há o registro contínuo da chuva nos pluviogramas ou nos arquivos dos pluviômetros automáticos, não é possível medir a duração das chuvas ocorridas. Nesta situação, as relações intensidade-duração-frequência podem ser estabelecidas por um método de cálculo denominado desagregação de chuvas. O método consiste basicamente na estimativa da das alturas de chuvas de durações inferiores a 24 horas utilizando os dados de precipitações diárias.

No projeto Atlas Pluviométrico as etapas metodológicas para definição das relações IDF a partir de dados de altura diária máxima por ano hidrológico são as seguintes:

- a. Organização da série de precipitação diária máxima por ano hidrológico.
- b. Análise de frequência da série de precipitação diária máxima por ano hidrológico.
- c. Desagregação das precipitações diárias associadas a diferentes tempos de retorno. Inicialmente, por meio de uma função linear, transformam-se as precipitações diárias em chuvas de 24 horas. Em seguida, as precipitações de 24 horas são desagregadas em alturas de chuva de menor duração.
- d. Definição dos parâmetros da equação que representa as relações IDF estabelecidas com a desagregação de chuvas.

### **5.1 - ORGANIZAÇÃO DAS SÉRIES DE PRECIPITAÇÃO MÁXIMA POR ANO HIDROLÓGICO (AH)**

Esta etapa refere-se a realização da consistência da série de precipitações diárias da localidade aplicando a metodologia descrita por Brasil (1995). Após a consistência dos dados diários é realizada a separação da altura diária máxima por ano hidrológico para montagem da série histórica.

### **5.2 - ANÁLISE DE FREQUÊNCIA DAS SÉRIES DE PRECIPITAÇÃO DIÁRIA MÁXIMA POR AH**

A análise de frequência deve ser realizada baseando-se nas descrições apresentadas no capítulo 8 de Naghettini e Pinto (2007), da página 295 a 351. Resumidamente as etapas são as seguintes:

- a. Verificar a presença de valores atípicos (outliers) com o critério do gráfico Box-Plot (Naghettini e Pinto, 2007, página 39) e com o teste de Grubbs e Beck (Naghettini e Pinto, 2007, página 287).
- b. Avaliar a independência das séries aplicando o teste não paramétrico proposto por Wald e Wolfowitz (1943) para o nível de significância de 2% a 5%. Ver Naghettini e Pinto (2007), página 264.
- c. Avaliar a homogeneidade das séries aplicando o teste não-paramétrico proposto por Mann e Whitney (1947) para o nível de significância de 2% a 5%. Ver Naghettini e Pinto (2007), página 265.
- d. Avaliar a estacionaridade das séries aplicando pelo teste não-paramétrico de Spearman para o nível de significância de 2% a 5%. Ver Naghettini e Pinto (2007), página 267.
- e. Estimar a distribuição empírica. Ordenar de forma decrescente a série e calcular da posição de plotagem pela fórmula de Weibull, ou seja,  $P(P>p)=m/((N+1))$ , onde  $m$  é número de ordem e  $N$  o tamanho de amostra.
- f. Calcular os momentos-L amostrais das séries por duração e estimar os parâmetros das distribuições candidatas. Ver Anexo I. As distribuições candidatas são: a Generalizada de Pareto (3P); a Generalizada de Eventos Extremos (3P); a Generalizada Logística (3P); a Gama (2P); a Gumbel (2P) e a Exponencial (2P).
- g. Escolher a distribuição candidata teórica que melhor adere à curva da distribuição empírica. Para tanto aplicar, a um nível de significância de 2% a 5%, os testes de aderência do Qui-Quadrado, de

Kolmogorov-Smirnov e de Anderson-Darling. Ver Naghettini e Pinto (2007), páginas de 271 a 280. Também analisar o ajuste visual da aderência entre as distribuições empíricas e teóricas em um gráfico de probabilidade de Gumbel.

- h. Utilizando a distribuição teórica selecionada no item anterior, definir os quantis associados aos diferentes tempos de retorno. O maior tempo de retorno utilizado para estimar um quantil será no máximo igual a 100 anos.

### 5.3 - DESAGREGAÇÃO DAS PRECIPITAÇÕES DIÁRIAS.

A desagregação é realizada em duas etapas. Inicialmente, por meio de uma função linear, transformam-se as precipitações diárias em chuvas de 24 horas. Em seguida, as precipitações de 24 horas são desagregadas em alturas de chuva de menor duração. No projeto Atlas Pluviométrico, as relações entre as alturas de chuva de diferentes durações que serão utilizadas dependerão das informações disponíveis próximas a localidade sem registro contínuo das precipitações. Assim será possível utilizar as relações entre as alturas de chuva de diferentes durações oriundas de trabalhos desenvolvidos por outras instituições ou pesquisadores. Exemplos de trabalhos que podem fornecer essas relações são os próprios estudos do Atlas Pluviométrico, Pfafstetter (1957), Martinez e Magni (1999), Torga (1974), Back (2002) e Fendrich (1992) entre outros.

### 5.4 - EQUAÇÃO DAS RELAÇÕES IDF OBTIDAS COM A DESAGREGAÇÃO DAS CHUVAS DIÁRIAS

As curvas que representam as relações IDF obtidas a partir da desagregação das precipitações diárias máximas por ano hidrológico serão expressas por uma equação do seguinte tipo:

$$P = (A \cdot \ln(T) + B) \cdot \ln(t + (\alpha/60)) + (C \cdot \ln(T) + D) \quad (37)$$

$$i = \frac{P}{t} \quad (38)$$

Onde,

$P$  é altura de precipitação em mm

$i$  é a intensidade da precipitação em mm/h

$T$  é o tempo de retorno em anos

$t$  é a duração da precipitação em horas

$A, B, C$  e  $D$  são os parâmetros da equação

$\alpha$  é um parâmetro de correção da duração, em minutos.

A definição desse tipo de equação foi baseada na experiência e foi inicialmente proposta pelo Pesquisador em Geociências da CPRM, o Eng. José Alexandre Moreira Farias. As observações iniciais mostraram que, fixando o tempo de retorno,  $T$ , a altura de chuva  $P$  varia linearmente com  $\ln(t+(\alpha/60))$ . Este comportamento está ilustrado na Figura 3. Assim, o parâmetro  $\alpha$  é aquele lineariza o gráfico  $\ln(t+(\alpha/60)) \times P$ , o qual pode ser obtido por tentativa e erro.

Como, para um determinado valor de tempo de retorno,  $T$ , a relação entre a altura de precipitação e o logaritmo da duração é linear, temos:

$$P = J \cdot \ln(t + (\alpha/60)) + K \quad (39)$$

Onde

$P$  é altura de precipitação, em mm, associada a um tempo de retorno  $T$

$t$  é a duração da precipitação em horas

$\alpha$  é um parâmetro de correção da duração, em minutos

J e K são os coeficientes da regressão linear entre  $P$  e  $\ln(t+(\alpha/60))$ .

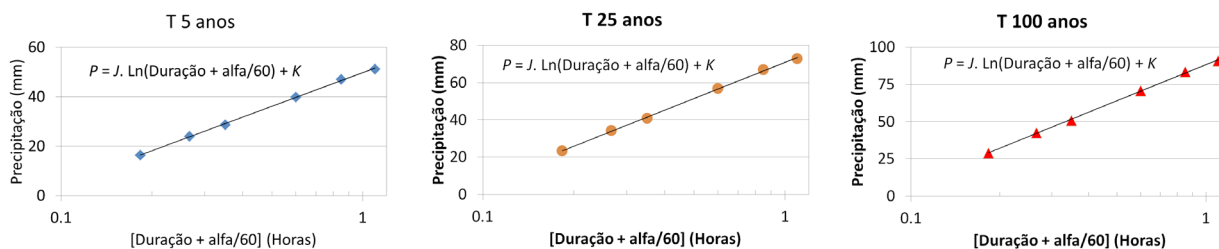


Figura 03 – Variação da altura de chuva,  $P$ , com  $\ln(t+(\alpha/60))$ .

Assim, para cada tempo de retorno,  $T$ , temos os pares de coeficientes da regressão linear, J e K. Ora, na tentativa de se estabelecer uma relação entre os coeficientes, J e K, com o tempo de retorno,  $T$ , observou-se que ambos apresentam uma relação linear com o logaritmo de  $T$ . Este comportamento está apresentado na Figura 4.

As equações para estimativa de J e K são:

$$J = A. \ln(T) + B \tag{40}$$

$$K = C. \ln(T) + D \tag{41}$$

Onde,

J e K são estimativas dos coeficientes da regressão linear entre  $\ln(t+(\alpha/60))$  e  $P$  para um determinado tempo de retorno,  $T$ .

$T$  é o tempo de retorno em anos,

$A, B, C$  e  $D$  são os coeficientes das regressões lineares.

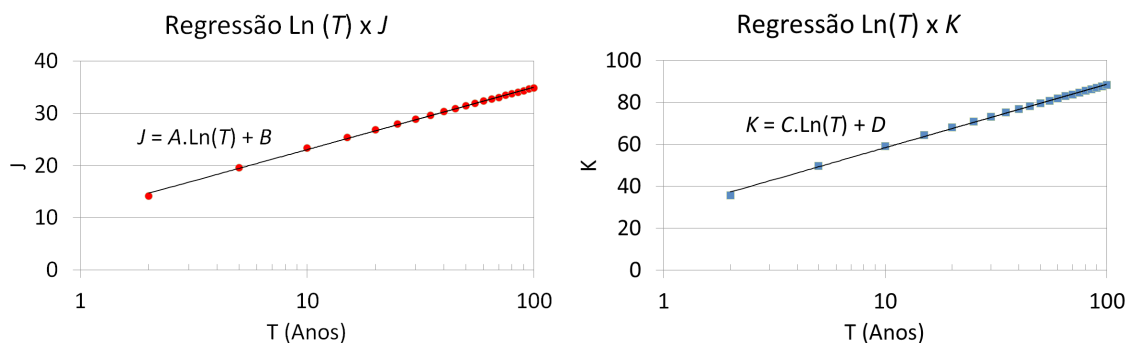


Figura 04 – Variação dos coeficientes J e K com  $\ln(t)$ .

Dessa forma, dado o tempo de retorno,  $T$ , estimam-se os coeficientes J e K com as equações 40 e 41. Estes coeficientes permitem o cálculo da altura de chuva em função da duração por meio da equação,  $P=J.\ln(t+(\alpha/60))+K$ . A equação 37 sintetiza os passos de cálculo descritos neste parágrafo, ou seja, substitui-se J e K na equação 39 pelas expressões 40 e 41. Obviamente, para calcular a intensidade da chuva associada a um tempo de retorno,  $T$ , basta dividir a altura de chuva estimada com a equação 37 pela sua duração.

Resumidamente as etapas para estimativa dos parâmetros da equação 37 são os seguintes:

1. Para cada tempo de retorno, grafar os pares de pontos  $\ln(t+(\alpha/60))$  e  $P$ . Inicialmente admita  $\alpha$  igual a zero. Em seguida variar o valor de  $\alpha$  até encontrar a melhor linearização dos gráficos. Ressalva-se que será o mesmo  $\alpha$  para todos os tempos de retorno.



2. Em cada gráfico com os pares de pontos  $\ln(t+(\alpha/60))$  e  $P$ , fazer uma regressão linear de forma a se estimar os coeficientes  $J$  e  $K$  da equação 39. Dessa maneira teremos um par de coeficientes  $J$  e  $K$  para cada tempo de retorno.
3. Grafar os pares de pontos  $\ln(t)$  e  $J$ . Verificar os alinhamento desses pontos e fazer a regressão linear para estimar os parâmetros  $A$  e  $B$  das equações 40 e 37.
4. Grafar os pares de pontos  $\ln(t)$  e  $K$ . Verificar os alinhamento desses pontos e fazer a regressão linear para estimar os parâmetros  $C$  e  $D$  das equações 41 e 37.

Na verificação dos parâmetros adotar o critério de atender a um máximo desvio percentual médio absoluto de 10% entre os valores gerados com os resultados da análise de frequência e aqueles obtidos com a equação.

No Projeto Atlas Pluviométrico são ajustadas duas equações. Temos uma equação com um conjunto de parâmetros estimados para as durações de 5 minutos a 1 hora, inclusive. E, a outra equação terá os parâmetros definidos para durações superiores a 1 hora e menores ou iguais a 24 horas. Em algumas situações, quando se verificar um bom ajuste em todas as durações, pode se utilizar somente uma equação para representar as relações IDF.

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- BACK, A. J. *Chuvas intensas e chuva de projeto de drenagem superficial no Estado de Santa Catarina*. Florianópolis: Epagri (Boletim Técnico 123), 65p., 2002.
- BERTONI, J.C. e TUCCI, C.E. Precipitação *In: Hidrologia: ciência e aplicação*. Porto Alegre, Ed. UFRG/ABRH/EDUSP, 1993, p.177-241.
- BRANDÃO, C., HIPÓLITO, J. N. A. R. Análise de precipitações intensas. *In: XI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos e II Simpósio de Hidráulica dos Países de Língua oficial Portuguesa*. Recife, Anais 1, 4v., 1995.
- BRASIL. Projeto Análise de Consistência de Dados Pluviométricos – Bacia do Rio São Francisco – Sub-bacias 40 a 44. Belo Horizonte: ANEEL/CPRM, 1995
- CUNNANE, C. A Note on the Poisson Assumption in Partial Duration Series Models. *In: Water Resources Research*, New York, American Geophysical Union, Vol. 15, Nº 2, 489-494. Abr, 1979.
- FENDRICH, R.; FREITAS, C. O. de A. *Chuvas Intensas no Estado do Paraná*. Curitiba, 128p., 1992.
- GREENWOOD, J. A., LANDWEHR, J. M., MATALAS, N. C. e WALLIS, J. R. Probability weighted moments: definition and relation to parameters of several distributions expressible in inverse form. *In: Water Resources Research*, American Geophysical Union. V.15, n.5, p.1049-1054, Out., 1979.
- HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R., WOOD, E. F. Estimation of the extreme value distribution by the method of probability weighted moments. *Technometrics*, V.27, n.3, p.251-261, Ago., 1985.
- HOSKING, J. R. The theory of probability weighted moments. *In: IBM Research Report*, New York, IBM Research Division, RC 12210, 160p., Out., 1986.
- HOSKING, J. R. M., WALLIS, J. R. *Regional Frequency Analysis - an approach based on L-moments*. Cambridge University Press, P.224, 1997.
- HUFF, F. A. Time distribution of rainfall in heavy storms. *In: Water Resources Research*, New York, American Geophysical Union, v. 3, n. 4, p 1007-1019, 1967. *apud* PINHEIRO. M. M. G. *Estudo de chuvas intensas na região metropolitana de Belo Horizonte – RMBH*. Belo Horizonte: EE-UFMG. Dissertação de Mestrado, 1997. 216 p.
- KITE, G. W. *Frequency and risk analysis in hidrology*. Water Resources Publications. Colorado, 1977, 224p.
- Lasdon, L. S.; Waren, A. D. *GRG2 - An All FORTRAN General Purpose Nonlinear Optimizer*. ACM SIGMAP Bulletin, No. 30, pp. 10-11; February 1981.
- LAURA, A. A., FERREIRA FILHO, W.,M. Uso de séries parciais para análise de frequência de chuvas intensas. *In: XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*. Vitória, nov, 1997. CD-ROM.
- MANN, H. B. e WHITNEY, D. R. On the test of whether one of two random variables is stochastically larger than the other. *Annals of Mathematical Statistics*, 18, pp. 50-60, 1947.
- MARTINEZ JUNIOR, F.; MAGNI, N. L. G. *Equações de chuvas intensas do estado de São Paulo*. São Paulo: DAEE; USP, 1999. 141 p. Disponível em: <https://docs.google.com/file/d/0B4t5iKkyDABYzmlIVS0wemNqQVE/edit?pli=1>. Acesso em: 08 de agosto de 2013.
- MOREIRA, J. C.; DAMÁZIO, J. M.; COSTA, J. P. e KELMAN, J. Estimação de vazões extremas: séries parciais ou máximos anuais ?. *In: V Simpósio Brasileiro de Hidrologia e Recursos Hídricos*. ABRH. Anais 2. Blumenau, 1983, p. 135-139.
- NAGHETTINI, M. C.; PINTO, E. J. A. *Hidrologia Estatística*. Belo Horizonte: CPRM, 552 p., 2007.
- NERC – NATURAL ENVIRONMENT RESEARCH COUNCIL. *Flood studies report*, London, v.1 e 2, 1975.

- OCCHIPINTI, A. G., SANTOS, P. M. **Análise das máximas intensidades de chuvas na cidade de São Paulo**. São Paulo, Observatório de São Paulo, 1965 *apud* WILKEN, P. S. **Engenharia de Drenagem Superficial**. São Paulo:CETESB – Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental, 1978, 477p
- PARH. **Critérios de coleta de dados pluviográficos para definição de equações de chuvas intensas**. Publicação interna da CPRM-SUREG/BH. Belo Horizonte, 1997
- PFARSTETTER, O. **Chuvas intensas no Brasil. Relação entre Precipitação, Duração e Frequência de chuvas em 98 postos com pluviógrafos**. Rio de Janeiro. Departamento Nacional de Obras de Saneamento, 2a ed., 1982. 1a ed. 1957.
- PINHEIRO. M. M. G. **Estudo de chuvas intensas na região metropolitana de Belo Horizonte – RMBH. Belo Horizonte**: EE-UFGM. Dissertação de Mestrado, 1997. 216 p.
- PIRES, C. L. F. Análise de Frequência - Revisão Metodológica. *In: A Água em Revista, n. 3*. CPRM, Belo Horizonte, Out. , 1994, p. 13-22.
- STEDINGER, J. R., VOGEL, R. M., FOUFOLO-GEORGIU, E. Frequency analysis of extremes. *In: MAIDMENT, D. R. Handbook of hydrology*. New York: MacGraw Hill, Inc., 1992, cap. 18, p. 18.1 – 18.66.
- TABORGA, J. T. **Práticas Hidrológicas**. TRANSCON Consultoria Técnica Ltda. Rio de Janeiro, RJ, 1974.
- VILLELA, S. M., MATTOS A. **Hidrologia Aplicada**. São Paulo, McGraw-Hill do Brasil, p. 245, 1977.
- WALD, A. e WOLFOWITZ, J. An exact test for randomness in the non-parametric case based on serial correlation. **Annals of Mathematical Statistics**, 14, pp. 378-388, 1943.
- WANG, Q. J. The POT model described by the generalized Pareto distribution with Poisson arrival rate. *In: J. Hydrol.*, n. 129, p. 263-280, 1991. *apud* LAURA, A. A., FERREIRA FILHO, W.,M. Uso de séries parciais para análise de frequência de chuvas intensas. *In: XII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*. Vitória, nov, 1997. CD-ROM.
- WILKEN, P. S. **Engenharia de Drenagem Superficial**. São Paulo:CETESB – Companhia de Tecnologia de Saneamento Ambiental, 1978, 477p

# ANEXO I

---

Momentos-L

Distribuições de Frequência



**MOMENTOS-L**

Os momentos-L foram apresentados por Hosking (1986) como sendo combinações lineares dos momentos ponderados por probabilidade de uma variável aleatória X, ou simplesmente MPP's. Esses momentos foram definidos por Greenwood e al. (1979) como:

$$M_{p,r,s} = E \left\{ X^p [F_x(x)]^r [1 - F_x(x)]^s \right\} \tag{1}$$

Os MPP's  $\alpha_r = M_{1,0,r}$  e  $\beta_r = M_{1,r,0}$  representam casos especiais de relevância particular para a inferência estatística. Com efeito, considerando-se uma distribuição cuja função de quantis seja dada por  $x(p)$ , após algumas considerações pode-se expressar  $\alpha_r$  e  $\beta_r$  da seguinte forma:

$$\alpha_r = \int_0^1 X(p) (1-p)^r dp \quad , \quad \beta_r = \int_0^1 X(p) p^r dp \tag{2}$$

Comparando as equações acima com a definição de momentos convencionais, ou seja

$$E(X^r) = \int_0^1 [x(p)]^r dp$$

observa-se que esses implicam em potências sucessivamente crescentes da

função de quantis  $x(p)$ , enquanto que  $\alpha_r$  e  $\beta_r$  implicam em potências sucessivamente crescentes de  $p$  ou  $(1-p)$ , dessa forma, os MPP's  $\alpha_r$  e  $\beta_r$  podem ser vistos como integrais de  $x(p)$ , ponderadas pelos polinômios  $p^r$  ou  $(1-p)^r$ .

Diversos autores utilizaram os MPP's  $\alpha_r$  e  $\beta_r$  como base para a estimação de parâmetros de distribuições de probabilidades. Hosking & Wallis (1997) ponderam, entretanto, que  $\alpha_r$  e  $\beta_r$  são de interpretação difícil, em termos das medidas de escala e forma de uma distribuição de probabilidades, e sugerem, para esse efeito, certas combinações lineares de  $\alpha_r$  e  $\beta_r$ . Ainda segundo Hosking & Wallis (1997), essas combinações advêm da ponderação das integrais de  $x(p)$  por um conjunto de polinômios ortogonais, denotados por  $P_r^*(p)$ ,  $r = 0, 1, 2, \dots$ , definidos pelas seguintes condições:

(i)  $P_r^*(p)$  é um polinômio de grau  $r$  em  $p$ .

(ii)  $P_r^*(1) = 1$

$$(iii) \int_0^1 P_r^*(p) P_s^*(p) dp = 0, \text{ para } r \neq s \text{ (condição de ortogonalidade)}$$

Essas condições definem os polinômios de Legendre, devidamente modificados para a condição de ortogonalidade no intervalo  $0 \leq p \leq 1$  e não  $-1 \leq p \leq 1$ , como em sua formulação original. Formalmente, esses polinômios são dados por

$$P_r^*(p) = \sum_{k=0}^r l_{r,k}^* p^k \tag{3}$$

onde 
$$l_{r,k}^* = (-1)^{r-k} \binom{r}{k} \binom{r+k}{k} = \frac{(-1)^{r-k} (r+k)!}{(k!)^2 (r-k)!}$$

De posse das definições acima, os momentos-L de uma variável aleatória X podem ser agora conceituados como sendo as quantidades

$$\lambda_r = \int_0^1 x(p) P_{r-1}^*(p) dp \tag{4}$$

Em termos dos MPP's, os momentos-L são dados por

$$\lambda_{r+1} = (-1)^r \sum_{k=0}^r l_{r,k}^* \alpha_k = \sum_{k=0}^r l_{r,k}^* \beta_k \tag{5}$$

Os primeiros quatro momentos-L são, portanto,

$$\lambda_1 = \alpha_0 = \beta_0 \text{ (média ou momento-L de posição)} \quad (6)$$

$$\lambda_2 = \alpha_0 - 2\alpha_1 = 2\beta_1 - \beta_0 \text{ (momento-L de escala)} \quad (7)$$

$$\lambda_3 = \alpha_0 - 6\alpha_1 + 6\alpha_2 = 6\beta_2 - 6\beta_1 + \beta_0 \quad (8)$$

$$\lambda_4 = \alpha_0 - 12\alpha_1 + 30\alpha_2 - 20\alpha_3 = 20\beta_3 - 30\beta_2 + 12\beta_1 - \beta_0 \quad (9)$$

Em termos de medidas de forma das distribuições, torna-se mais conveniente que os momentos-L sejam expressos em quantidades adimensionais. Essas são representadas pelos quocientes de momentos-L, dados por

$$\tau_r = \frac{\lambda_r}{\lambda_2}, r = 3, 4, \dots \quad (10)$$

Dessa forma,  $\tau_3$  e  $\tau_4$  são, respectivamente, as medidas de assimetria e curtose, independentes da escala da distribuição de probabilidades. Pode-se definir, também em termos de momentos-L, uma medida análoga ao coeficiente de variação, qual seja

$$L - CV = \tau = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \quad (11)$$

A estimação dos MPP's e momentos-L, a partir de uma amostra finita de tamanho  $n$ , inicia-se com a ordenação de seus elementos constituintes em ordem crescente, ou seja  $x_{1:n} \leq x_{2:n} \leq \dots \leq x_{n:n}$ . Um estimador não-enviesado, ou não tendencioso, do MPP  $\beta_r$  pode ser escrito como

$$b_r = \hat{\beta}_r = \frac{1}{n} \sum_{j=r+1}^n \frac{(j-1)(j-2)\dots(j-r)}{(n-1)(n-2)\dots(n-r)} x_{j:n} \quad (12)$$

Dessa forma, os estimadores de  $\beta_r$ ,  $r \leq 2$ , são dados por

$$b_0 = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^n x_{j:n} \quad (13)$$

$$b_1 = \frac{1}{n} \sum_{j=2}^n \frac{(j-1)}{(n-1)} x_{j:n} \quad (14)$$

$$b_2 = \frac{1}{n} \sum_{j=3}^n \frac{(j-1)(j-2)}{(n-1)(n-2)} x_{j:n} \quad (15)$$

Analogamente às equações (6) a (9), os estimadores não-enviesados de  $\lambda$ , são os momentos-L amostrais, esses definidos pelas seguintes expressões:

$$\ell_1 = b_0 \quad (16)$$

$$\ell_2 = 2b_1 - b_0 \quad (17)$$

$$\ell_3 = 6b_2 - 6b_1 + b_0 \quad (18)$$

$$\ell_4 = 20b_3 - 30b_2 + 12b_1 - b_0 \quad (19)$$

$$\ell_{r+1} = \sum_{k=0}^r l_{r,k}^* b_k; r = 0, 1, \dots, n-1 \quad (20)$$

Na equação (20), os coeficientes são definidos tal como na equação (3). Da mesma forma, os quocientes de momentos-L amostrais são dados por

$$t_r = \frac{\ell_r}{\ell_2}; \quad r \geq 3 \quad (15)$$

enquanto o L-CV amostral calcula-se através de

$$t = \frac{\ell_2}{\ell_1} \quad (16)$$

Os estimadores de  $\tau_r$ , fornecidos pelas equações (21) e (22), são muito pouco enviesados quando calculados para amostras de tamanho moderado a grande.

### DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DE PARETO - GP

- Função Densidade de Probabilidade

$$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} \left( 1 - \frac{\kappa(x-\xi)}{\alpha} \right)^{\frac{1}{k}-1}; \quad k \neq 0 \quad f_X(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left(-\frac{(x-\xi)}{\alpha}\right); \quad k = 0$$

$\alpha$  = parâmetro de escala       $k$  = parâmetro de forma       $\xi$  = limite inferior

Limites:

$$\xi \leq x \leq \frac{\alpha}{k}; \quad k > 0 \quad \xi \leq x < \infty; \quad k \leq 0$$

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F(x) = 1 - \left[ 1 - K \left( \frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right]^{\frac{1}{K}} \quad K \neq 0$$

$$F(x) = 1 - \exp\left(-\frac{x-\xi}{\alpha}\right) \quad K = 0$$

- Inversa da função acumulada

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \frac{\alpha}{k} \left[ 1 - (1-F)^k \right], & k \neq 0 \\ \xi - \alpha \ln(1-F); & k = 0 \end{cases}$$

- Momentos-L

$$\lambda_1 = \xi + \frac{\alpha}{(1+k)} \quad \lambda_2 = \frac{\alpha}{[(1+k)(2+k)]}$$

$$\lambda_3 = \frac{\alpha(1-k)}{[(1+k)(2+k)(3+k)]} \quad \lambda_4 = \frac{\alpha(1-k)(2-k)}{[(1+k)(2+k)(4+k)]}$$



$$\tau_3 = \frac{(1-k)}{(3+k)} \quad \tau_4 = \frac{(1-k)(2-k)}{(3+k)(4+k)}$$

- Estimativa dos parâmetros pelos momentos-L

$$\hat{k} = \frac{l_1}{l_2} - 2 \quad \hat{\alpha} = \left( \frac{l_1}{1+k} \right)$$

## DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA DE EVENTOS EXTREMOS (GEV)

- Função Densidade de Probabilidade

K = Parâmetro de Forma      α = Parâmetro de Escala      ξ = Parâmetro de Posição

$$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} \exp\left[-(1-K)y - \exp(-y)\right]$$

Para K = 0, temos  $y = \frac{x-\xi}{\alpha}$ , que a reduz a função de densidade da distribuição de Gumbel.

E quando K ≠ 0,  $y = -\frac{1}{K} \ln\left[1 - \frac{(x-\xi)K}{\alpha}\right]$

Os limites da função são:

Para K < 0:  $\xi + \frac{\alpha}{k} \leq x \leq \infty$     para K = 0:  $-\infty \leq x \leq \infty$     e    para K > 0:

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F_X(x) = \exp\left\{-\left[1 - \frac{K(x-\xi)}{\alpha}\right]^{1/K}\right\}$$

- Inversa da função acumulada

$$x(F) = \begin{cases} \xi - \alpha \ln[-\ln(F)], & K = 0 \\ \xi + \frac{\alpha}{K} \left\{1 - [-\ln(F)]^K\right\}, & K \neq 0 \end{cases}$$

- Momentos –L

$$\lambda_1 = \xi + \frac{\alpha}{K} [1 - \Gamma(1+K)] \quad \lambda_2 = \frac{\alpha}{K} [(1-2^{-K})\Gamma(1+K)]$$

$$\lambda_3 = \frac{\alpha}{K} [(1-3 \cdot 2^{-K} + 2 \cdot 3^{-K})\Gamma(1+K)] \quad \lambda_4 = \frac{\alpha}{K} [(1-6 \cdot 2^{-K} + 10 \cdot 3^{-K})\Gamma(1+K)]$$

$$\tau_3 = \frac{2(1-3^{-\kappa})}{(1-2^{-\kappa})} - 3 \quad \tau_4 = \frac{5(1-4^{-\kappa}) - 10(1-3^{-\kappa}) + 6(1-2^{-\kappa})}{(1-2^{-\kappa})}$$

Onde  $\Gamma()$  é a função gama.

- Estimação dos parâmetros pelos momentos-L

$$\hat{K} = 7,8590c + 2,9554c^2 \quad \hat{\alpha} = \frac{K\lambda_2}{(1-2^{-K})\Gamma(1+K)} \quad \hat{\xi} = \lambda_1 - \frac{\hat{\alpha}}{K} \left[ 1 - \Gamma(1+K) \right]$$

Sendo

$$c = \frac{2\lambda_2}{\lambda_3 + 3\lambda_2} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)} = \frac{(2\beta_1 - \beta_0)}{(3\beta_2 - \beta_0)} - \frac{\ln(2)}{\ln(3)}$$

## DISTRIBUIÇÃO GENERALIZADA LOGÍSTICA

- Função Densidade de Probabilidade

$$f_X(x) = \frac{\alpha^{-1}e^{-(1-\kappa)y}}{(1+e^{-y})^2}, \quad y = \begin{cases} -k^{-1}Ln \left[ 1 - k \frac{(x-\xi)}{\alpha} \right] & k \neq 0 \\ \frac{(x-\xi)}{\alpha} & k = 0 \end{cases}$$

Parâmetros:  $\xi$  é o parâmetro de posição;  $\alpha$  é o parâmetro de escala e  $k$  o parâmetro de forma.

Limites:

$$\text{se } k > 0; \infty < x \leq \xi + \frac{\alpha}{k} \quad \text{se } k < 0; \xi + \frac{\alpha}{k} \leq x < \infty \quad \text{se } k = 0; \infty < x \leq \infty$$

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F(x) = \frac{1}{(x - e^{-y})}$$

- Inversa da função acumulada

$$x(F) = \begin{cases} \xi + \alpha \frac{\left\{ 1 - \left[ \frac{(1-F)}{F} \right]^k \right\}}{k} & k \neq 0 \\ \xi - \alpha Ln \left[ \frac{(1-F)}{F} \right] & k = 0 \end{cases}$$

- Momentos-L

$$\lambda_1 = \xi + \alpha \left( \frac{1}{k} - \frac{\pi}{\text{sen}(k\pi)} \right) \quad \lambda_2 = \frac{\alpha k \pi}{\text{sen}(k\pi)}$$

$$\tau_3 = -k \quad \tau_4 = \frac{(1+5k^2)}{6}$$

Os momentos-L são definidos para  $-1 < k < 1$

- Estimativa de parâmetros pelos momentos-L

$$\hat{k} = -\tau_3 \quad \hat{\alpha} = \frac{\lambda_2 \text{sen}(\hat{k}\pi)}{\hat{k}\pi} \quad \hat{\xi} = \lambda_1 - \hat{\alpha} \left( \frac{1}{\hat{k}} - \frac{\pi}{\text{sen}(\hat{k}\pi)} \right)$$

## DISTRIBUIÇÃO DE GUMBEL

- Função Densidade de Probabilidade

$$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \left[ -\frac{x-\xi}{\alpha} - \exp \left( -\frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right]$$

$\alpha$  = Parâmetro de escala       $\xi$  = Parâmetro de posição

Limites:  $-\infty \leq x < \infty$

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F_X(x) = \exp \left[ -\exp \left( -\frac{x-\xi}{\alpha} \right) \right]$$

- Inversa da função acumulada

$$x = \xi - \alpha \ln[-\ln(F(x))]$$

- Momentos L

$$\lambda_1 = \xi + \alpha \gamma_E \quad \lambda_2 = \alpha \ln(2) \quad \lambda_3 = \alpha [2 \ln(3) - 3 \ln(2)] \quad \lambda_4 = \alpha [5 \ln(4) - 10 \ln(3) + 6 \ln(2)]$$

$$\tau_3 = 0,1699 \quad \tau_4 = 0,1504$$

- Estimativa dos parâmetros pelos momentos-L

$$\hat{\alpha} = \frac{l_2}{\ln(2)} \quad \hat{\xi} = \frac{l_1}{\gamma_E \hat{\alpha}}$$

Onde  $l_1$  e  $l_2$  são os momentos-L amostrais e  $\gamma_E = 0,5572157$  é a constante de Euler.

## DISTRIBUIÇÃO EXPONENCIAL

- Função Densidade de Probabilidade

$$f_X(x) = \frac{1}{\alpha} \exp \left[ -\frac{1}{\alpha}(x - \xi) \right]$$

Parâmetros:  $\alpha$  é o parâmetro de escala e  $\xi$  o limite inferior

Limites:  $\xi \leq x < \infty$

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F(x) = 1 - \exp \left[ -\frac{1}{\alpha}(x - \xi) \right]$$

- Inversa da função acumulada

$$x(F) = \xi - \alpha \ln(1 - F)$$

- Momentos-L

$$\lambda_1 = \xi + \alpha \quad \lambda_2 = \frac{\alpha}{2} \tau_3 = \frac{1}{3} \tau_4 = \frac{1}{6}$$

- Estimativa de parâmetros pelos momentos-L

$$\hat{\alpha} = 2l_2 \hat{\xi} = l_1 - \hat{\alpha}$$

## DISTRIBUIÇÃO GAMA

- Função Densidade de Probabilidade

$$f_X(x) = \frac{\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\eta-1} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right)}{\theta \Gamma(\eta)} \text{ para } x, \theta \text{ e } \eta > 0$$

Parâmetros:  $\theta$  é o parâmetro de escala e  $\eta$  o parâmetro de forma

- Função Acumulada de Probabilidades

$$F(x) = \int_0^x \frac{\left(\frac{x}{\theta}\right)^{\eta-1} \exp\left(-\frac{x}{\theta}\right)}{\theta \Gamma(\eta)} dx$$

A integral acima não pode ser resolvida analiticamente. Ver Naghettini e Pinto (2007), página 148 e o exemplo 5.6 na página 150.

- Inversa da função acumulada

A inversa pode ser calculada com a função INV.GAMA do Excel.

- Estimativa de parâmetros pelos momentos-L

A estimativa de  $\hat{\eta}$  é a solução da equação:

$$\frac{l_2}{l_1} = \frac{\Gamma(\eta + 0,5)}{\sqrt{\pi} \Gamma(\eta + 1)}$$

$$\hat{\theta} = \frac{l_1}{\hat{\eta}}$$



# ANEXO II

---

Teste para verificação de modelo Poisson



## TESTE PARA VERIFICAÇÃO DO MODELO DE POISSON

O teste apropriado para se averiguar a veracidade da hipótese de Poisson foi primeiramente formulado por Cunnane (1979) e baseia-se na aproximação da distribuição de Poisson pela distribuição Normal. Considera-se que o número de excedências que ocorrem no ano  $k$ , denotado por  $m_k$ , segue uma distribuição Normal com média  $\hat{\nu}$  e desvio padrão  $\hat{\nu}$ . Nessas condições, pode-se afirmar que a estatística

$$\gamma = \sum_{k=1}^N \left( \frac{m_k - \hat{\nu}}{\hat{\nu}} \right)^2 \quad (1)$$

Segue uma distribuição do Qui-Quadrado com  $(N-1)$  graus de liberdade ( $\chi^2_{N-1}$ ), onde  $N$  indica o número de anos de registros. Esse teste é considerado válido para os valores de  $\hat{\nu}$  correntemente empregados e para tamanhos de amostra superiores a cinco. Deste modo, a hipótese de que as ocorrências são oriundas de um evento poissoniano é rejeitada, para um nível de significância, se:

$$\gamma = \sum_{k=1}^N \left( \frac{m_k - \hat{\nu}}{\hat{\nu}} \right)^2 > \chi^2_{1-\alpha, N-1} \quad (2)$$