

D
249

*A GEOESTATÍSTICA COMO
INSTRUMENTO DE RACIONALIZAÇÃO
DA
PESQUISA MINERAL*

J. A. PAIONE
MARÇO/1976

45/24/8

A SEDOTE
22

A GEOESTATÍSTICA COMO
INSTRUMENTO DE RACIONALIZAÇÃO
DA
PESQUISA MINERAL



J.A. PAIONE
Março/1976

Í N D I C E

	Página
1 - INTRODUÇÃO	1
2 - DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA A UMA VARIÁVEL ...	7
2.1 - Teorema de Bernoulli	8
2.2 - O Problema da Amostragem	10
2.3 - Leis de Referência Estatística	11
2.3.1 - Lei Normal	12
2.3.2 - Lei Lognormal	14
2.4 - Cálculo dos Parâmetros Estatísticos..	16
2.4.1 - Média Aritmética	17
2.4.2 - Variância Aritmética	18
2.4.3 - Desvio Padrão Aritmético	18
2.4.4 - Mediana	18
2.4.5 - Variância Logarítmica	19
2.4.6 - Desvio Padrão Logarítmico ...	19
2.5 - Lei Normal Reduzida	20
2.6 - Reta de Henri	22
3 - DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA À DUAS VARIÁVEIS..	23
3.1 - Retas de Correlação	26
3.2 - Cálculo dos Parâmetros de Correlação.	28
3.3 - Precisão da Reta de Correspondência .	29
4 - APLICAÇÕES PRÁTICAS	30

A GEOESTATÍSTICA COMO INSTRUMENTO DE RACIONALIZAÇÃO

DA

PESQUISA MINERAL

RESUMO

Os estudos estatísticos aplicados a um conjunto de parâmetros geológicos, geofísicos e geoquímicos quantificáveis, são objeto de uma teoria denominada Geoestatística que utiliza o cálculo das probabilidades no exame de uma população observada (amostragem) de informações (teores, granulometria, resistividade, etc) que são tratadas como variáveis aleatórias (variáveis regionalizadas) e suas frequências observadas podem trazer informações de natureza também aleatória, sobre a distribuição da população verdadeira, desconhecida, admitindo-se que essas informações sigam determinada lei estatística (lei de Gauss, lognormal, etc), o que pode ser verificado através de testes clássicos da teoria (reta de Henri, histogramas, etc).

A Geoestatística permite estudos a uma variável (granulometria de uma areia); uma correlação a duas variáveis (teor em P_2O_5 e Al_2O_3) ou mesmo uma correlação a três variáveis (teor em urânio, radioatividade, teor em tório).

No presente trabalho procuramos transmitir algumas noções de Geoestatística exemplificadas com aplicações práticas da teoria objetivando demonstrar a sua notável utilização como instrumento de análise e racionalização de todas as fases de um empreendimento mineiro, visto que é utilizável desde a fase da prospecção (dando sentido real à noção de "anomalia") até as diferentes fases de valorização (pesquisa detalhada) e lavra, conduzindo sempre a um erro inferior a qualquer outro método.

1 - INTRODUÇÃO

A teoria estatística se utiliza de dados experimentais que, para cada problema particular, resulta do exame efetuado sobre indivíduos fazendo parte de uma população P.

O exame pode ser feito sobre a totalidade dos indivíduos que fazem parte da população P. Diz-se então que existe inspeção de 100%. Entretanto, é muito mais frequente, que o estatístico tenha acesso, para o seu exame, somente a uma parte da população P e que vem a constituir numa amostra A da população P.

Chama-se característica a propriedade comum a cada um dos indivíduos que constituem a população P, em exame. Uma característica pode ser qualitativa ou quantitativa; pode ser simples (no caso do exame comportar a determinação de uma só qualidade ou um valor) ou complexa (no caso contrário).

O lote de peças fornecida por uma máquina ferramenta durante um determinado intervalo de tempo constitui uma população. Se se trata de peças cilíndricas e a característica a examinar seja o diâmetro teremos uma característica quantitativa simples. Se se distinguir nessa população as peças sem defeito e as com defeitos, teremos uma característica qualitativa simples.

Consideremos uma jazida mineral estratiforme, estudada por uma série de sondagens dentro de uma área bem determinada. O conjunto de furos de sonda dentro dessa área constitui uma população.

Pode-se observar para cada sondagem uma característica simples: teor do metal de valor, ou uma característica complexa: produto potência-teor.

À teoria estatística não interessa o exame de um indivíduo participante de uma amostra A extraída de uma população a estudar, mas sim o número de indivíduos dessa amostra que possui características comuns, tais como:

- Qualidade particular, se se trata de uma característica qualitativa;
- Valor particular, se se trata de uma característica quantitativa descontínua;
- Valor compreendido num intervalo ou num domínio, se se trata de uma característica quantitativa contínua.

O conjunto de dados resultante da observação de uma característica onde, de um lado está a qualidade ou o valor da característica e de outro lado o número de observações correspondentes ou frequências, constitui uma distribuição estatística.

A distribuição estatística relativa a amostra A acima referida é um dado experimental: É uma distribuição observada.

O objetivo fundamental da teoria estatística é de permitir tirar, da análise da amostra A, certos conhecimentos da distribuição estatística da população verdadeira de onde foi extraída a amostra A.

É evidente que a distribuição estatística verdadeira só pode ser determinada no caso de uma inspecção de 100%, isto é, numa análise de todos os indivíduos que fazem parte da população.

Entretanto, mesmo que esta condição não se realize, é possível tirar conclusões sobre a distribuição verdadeira desde que os indivíduos constituídos da amostra A sejam escolhidos, ao acaso, dentro da população P desconhecida.

Com efeito, se a distribuição verdadeira é conhecida o cálculo das probabilidades nos permite formular conclusões sobre uma amostra A extraída ao acaso de P. Inversamente, quando a distribuição verdadeira é desconhecida, é igualmente possível, pelo exame das características da amostra A, tirar conclusões sobre as propriedades da população P, desconhecida.

Suponhamos uma urna que contenha N bolas idênticas e das quais N_1 são pretas, N_2 são vermelhas, N_3 são azuis e N_4 são brancas, satisfazendo a seguinte relação:

$$N = N_1 + N_2 + N_3 + N_4$$

Se girarmos essa urna como fazem os "croupiers" e depois retirarmos as N bolas, é claro que encontraremos N_1 bolas pretas, N_2 vermelhas, N_3 azuis e N_4 brancas. Em outras palavras: teremos a frequência $\frac{N_1}{N}$ para a bola preta; a frequência

$\frac{N_2}{N}$ para a bola vermelha; a frequência $\frac{N_3}{N}$ para a bola azul e $\frac{N_4}{N}$

para a bola branca, ou ainda, respectivamente, as probabilidades, em percentagens, $\frac{N_1}{N} \cdot 100$ para a bola preta; $\frac{N_2}{N} \cdot 100$ para a

vermelha; $\frac{N_3}{N}$ 100 para a azul e $\frac{N_4}{N}$ 100 para a branca.

Nesse exemplo, como conhecemos, "a priori" a distribuição das cores das bolas dentro da urna, não teremos dificuldades para sabermos qual é a probabilidade para retirarmos uma bola azul, por exemplo.

Suponhamos agora o caso inverso: Desconhecemos a distribuição das cores das bolas dentro da urna; não sabemos - qual é o número total de bolas, nem o número de bolas pretas, vermelhas, azuis e brancas que se encontram dentro da urna.

Qual será então o artifício que teremos que empregar para sabermos a probabilidade de ser a bola preta retirada e, conseqüentemente, estimarmos a quantidade dessas bolas que se encontram dentro da urna?

Para isso é necessário e indispensável que façamos uma amostragem preliminar.

Retiremos pois da urna, cujo total de bolas desconhecemos (N), cerca de P bolas ($P < N$) e cujo exame forneceu P_1 bolas pretas, P_2 bolas vermelhas, P_3 bolas azuis e P_4 bolas brancas. Anotemos essas informações e recoloquemos na urna as P bolas retiradas.

Façamos outra amostragem P' ($P' < N$) cujo exame forneceu P'_1 bolas pretas, P'_2 bolas vermelhas, P'_3 bolas azuis e P'_4 bolas brancas.

Admitamos que após $\sum P$ amostragem ($\sum P \approx N$) constatamos as seguintes frequências:

$$\text{Bola preta} = \frac{\sum P_1}{\sum P}$$

$$\text{Bola vermelha} = \frac{\sum P_2}{\sum P}$$

$$\text{Bola azul} = \frac{\sum P_3}{\sum P}$$

$$\text{Bola branca} = \frac{\sum P_4}{\sum P}$$

A expressão $\sum P$ é a população observada e as expressões $\frac{\sum P_1}{\sum P}$, $\frac{\sum P_2}{\sum P}$, $\frac{\sum P_3}{\sum P}$, $\frac{\sum P_4}{\sum P}$ são, respectivamente, as frequências observadas das bolas pretas, vermelhas, azuis e brancas.

Desconhecemos as frequências verdadeiras das bolas dentro da urna e qual é o número total de bolas que se encontram dentro da mesma: população verdadeira.

Pelo exame das informações colhidas em nossa amostragem inicial e portanto de posse das frequências observadas e da população observada, já estamos em condições de darmos um "salto no desconhecido", pela aplicação da teoria estatística, e estimarmos qual é a distribuição das cores das bolas dentro da urna ou o que dá no mesmo: qual é a probabilidade que teremos para retirarmos uma bola branca, se repetirmos a mesma experiência.

Vê-se assim, em linhas gerais, como a teoria estatística utiliza o cálculo das probabilidades, pois as frequências observadas confundidas com as probabilidades, nos permite tirar conclusões sobre a distribuição real e desconhecida das cores das bolas dentro da urna.

Podemos agora entender o princípio geral da teoria estatística que pode ser assim expresso:

Se conhecermos "a priori" a distribuição de uma população de indivíduos, estaremos em condições de estimar a probabilidade para cada um dos indivíduos que constitue essa população, e, inversamente, se pudermos estimar a probabilidade de cada um dos indivíduos que constitue a população, por meio de uma amostragem, estaremos em condições de estimar sua distribuição real e desconhecida (frequência verdadeiras e população verdadeira), desde que sejam respeitadas certas condições fundamentais.

Suponhamos um lote de minério: Os teores T do metal de valor no minério que constitue o lote podem ser comparados às cores das bolas do nosso exemplo acima.

Se fizermos várias amostragens de porções do minério, encontraremos teores t_1, t_2, t_3 e t_n que será a nossa população observada.

A análise dessa população nos dará diversas frequências observadas de nossa amostragem que nos permitirá tirar conclusões sobre as frequências verdadeiras dos teores no lote de minério.

Em outras palavras: O exame das frequências observadas e a aplicação da teoria estatística no caso nos dirá, por exemplo, que existe 68% de probabilidade para que o teor médio verdadeiro do lote de minério e não das amostras esteja compreendido entre t_a e t_b , conforme teremos a oportunidade de verificar nas explicações que seguem.

Essas considerações preliminares nos mostram como a estatística entra no domínio da geologia aplicada e pesquisa mineral, dando margem a uma nova teoria denominada de Geoestatística pela Escola Francesa e que tem em George Matheron o seu precursor.

2 - DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA A UMA VARIÁVEL

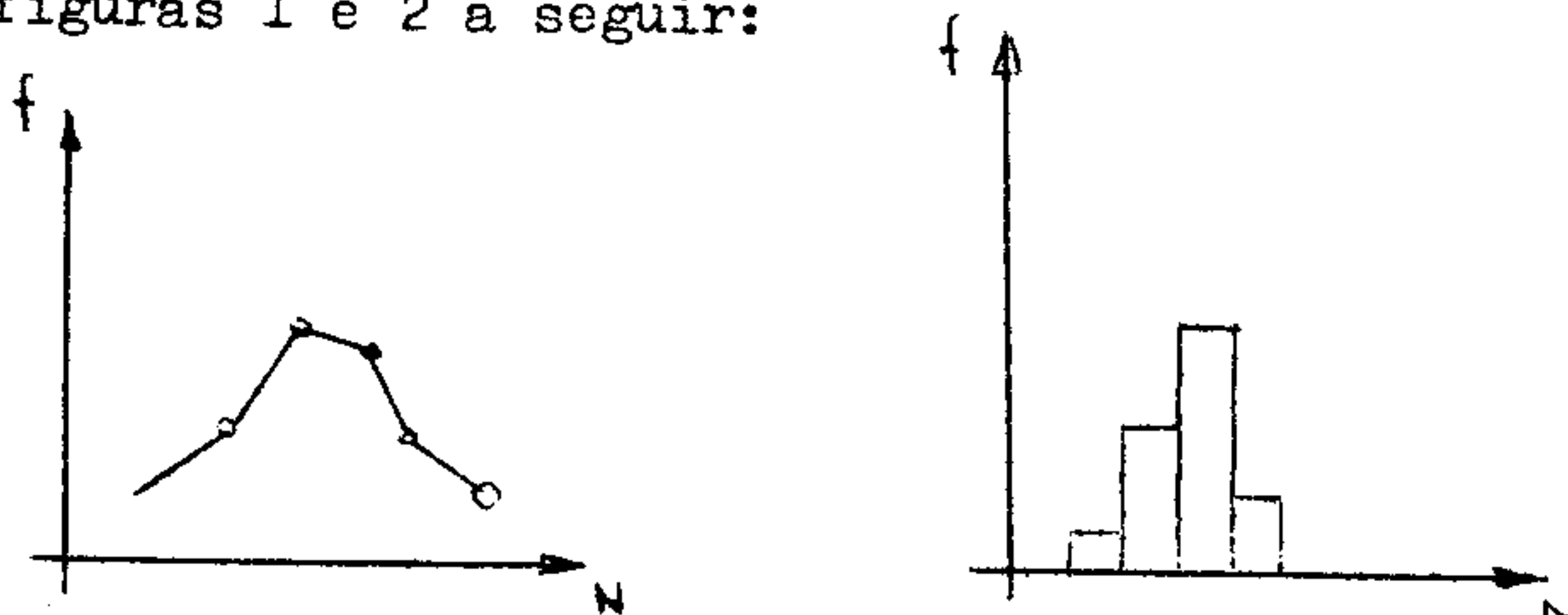
De posse do conjunto de dados resultantes da observação de uma característica (teores, por exemplo) é necessário iniciar o agrupamento e computar os dados apresentando características comuns. A tabela resultante dessa operação constitui a população observada.

Seja A, a característica susceptível de apresentar as qualidades ou quantidades A_1, A_2, \dots, A_n . Seja N o número total de indivíduos examinados e n_k o número de indivíduos com a característica A_k . Os resultados são apresentados da forma seguinte:

CARACTERÍSTICA	Nº DE INDIVÍDUOS
A_1	n_1
A_2	n_2
A_3	n_3
.....
A_k	n_k
.....
A_n	n_n
TOTAL	n

A frequência observada para a característica A_1 é $F_1 = \frac{n_1}{N}$, para A_2 é $F_2 = \frac{n_2}{N}$ e assim por diante.

Com os valores das frequências assim obtidas podemos construir o Polígono das Frequências ou o Histograma como nas figuras 1 e 2 a seguir:



O retângulo no histograma representa uma área equivalente ao valor da frequência observada e sua análise bem como do polígono das frequências, permite lançar nas primeiras idéias sobre o tipo de distribuição que se nos apresenta em nosso estudo.

Normalmente resume-se a distribuição verdadeira das frequências por uma curva de frequência, de modo que a frequência dos indivíduos com a característica X entre os intervalos a e b é assim representada.

$$y = \int_a^b f(x) dx$$

Conforme já foi assinalado, o histograma, ou o polígono das frequências da distribuição observada dá uma idéia da forma da curva da frequência da distribuição verdadeira.

2.1 - Teorema de Bernoulli

Constitue um dos conceitos fundamentais do cálculo

das probabilidades e a sua compreensão é de transcendental importância para se poder aplicar a teoria estatística. Seu enunciado é simples e compreensível intuitivamente, embora sua demonstração exija conhecimentos profundos de cálculo das probabilidades.

O teorema estabelecido por J. Bernoulli tem significado histórico por constituir a etapa inicial para o estabelecimento dos fundamentos do Cálculo das Probabilidades.

O teorema em causa é importante porque prevê um relacionamento entre a probabilidade de um evento, que é um conceito "a priori", com a frequência que pressupõe a realização de experiência.

Eis, em linhas gerais, o teorema de Bernoulli: "Em uma sequência de provas repetidas com probabilidades constante p, sendo f, a frequência relativa nestas provas, a probabilidades de que o valor da diferença p - f seja inferior a um valor arbitrariamente pequeno, é a certeza, quando se cresce indefinidamente".

Em outras palavras, podemos dizer: "Numa série de provas repetidas, a probabilidade de um acontecimento é uma aproximação da frequência relativa deste acontecimento, aproximação que é tanto maior quanto maior for o número de provas, de tal forma que quando o número de provas cresce indefinidamente

$$\lim_{n \rightarrow \infty} f = p"$$

Tomemos um exemplo prático para melhor entendermos esse conceito:

Suponhamos uma jazida de cobre da qual se conhece N determinações para os teores do minério. Feito nosso exame e portanto de posse das frequências observadas para cada um dos teores medidos, encontramos:

$$F_1 = \frac{t_1}{N}$$

$$F_2 = \frac{t_2}{N}$$

.....

$$F_n = \frac{t_n}{N}$$

Se N foi muito grande (milhares de determinações), poderemos dizer que uma nova amostragem $N' = N$, na mesma jazida, irá obter valores idênticos para os teores, ou o que dá no mesmo: Existe, de antemão, a probabilidade $\frac{t_2}{N} \cdot 100$ para encontrarmos o teor t_2 ; a probabilidade $\frac{t_n}{N} \cdot 100$ para t_n , etc.

Nos trabalhos usuais de geoestatística quando o número de determinações atinge a mais de mil amostras já é aplicável o teorema de Bernoulli, salvo em casos muito complexos.

2.2 - O Problema da Amostragem

Para que se possa utilizar a geoestatística é necessário e indispensável que os indivíduos componentes de uma população verdadeira, a estudar, sejam escolhidos de tal maneira que cada um deles tenha a mesma probabilidade de ser retirado nas amostragens.

Em outras palavras, podemos dizer, que as modalidades da operação da amostragem devem ser tais que todos os indivíduos tenham a mesma probabilidade de serem incorporados na amostra.

Na amostragem de um lote de minério, por exemplo, cada um dos grãos do minério constituinte do lote, independente de seu tamanho, de sua forma, de seu teor e de seu peso, deve ter a mesma probabilidade de ser incorporado na amostra, a qual deve ser representativa do lote.

O teor do lote deve ser comparado a uma variável aleatória;

Esta regra essencial é difícil de ser observada e em certos casos é materialmente impossível respeitá-la.

2.3 - Leis de Referência Estatística

Conforme já foi citado o objetivo da teoria estatística é de tirar do estudo de uma população observada, alguns ensinamentos relativos a distribuição verdadeira, desconhecida, pela análise da distribuição das frequências observadas.

Raramente nos estudos estatísticos a população verdadeira é a informação procurada, pois o número de indivíduos fazendo parte dessa população é quase sempre infinito ou é inútil conhecê-lo.

De preferência, é a curva de distribuição das frequências verdadeiras que se considera pela análise da curva de nada mais é que a curva de probabilidade de nossa experiência, se observado o teorema de Bernoulli.

Os resultados obtidos são muito mais interessantes e confiáveis se a curva de distribuição das frequências observadas puder ser comparada a uma distribuição conhecida (modelo).

Assim, torna-se necessário o estudo das leis de distribuição das frequências observadas, ou seja, é mister adaptar a lei que rege a distribuição que obtivemos em nossa experiência a uma lei matematicamente conhecida, e, desta maneira, estaremos em condições de aplicar as fórmulas e cálculos inerentes a esta lei.

Existem nos estudos estatísticos várias leis de referência. Entretanto, neste trabalho, só consideraremos duas dessas leis, que são as mais adaptáveis e mais empregadas em geologia aplicada. Tratam-se da Lei Normal e Lei Lognormal.

2.3.1 - Lei Normal

É a lei do azar puro e a sua curva de probabilidade ou de frequência tem a seguinte equação:

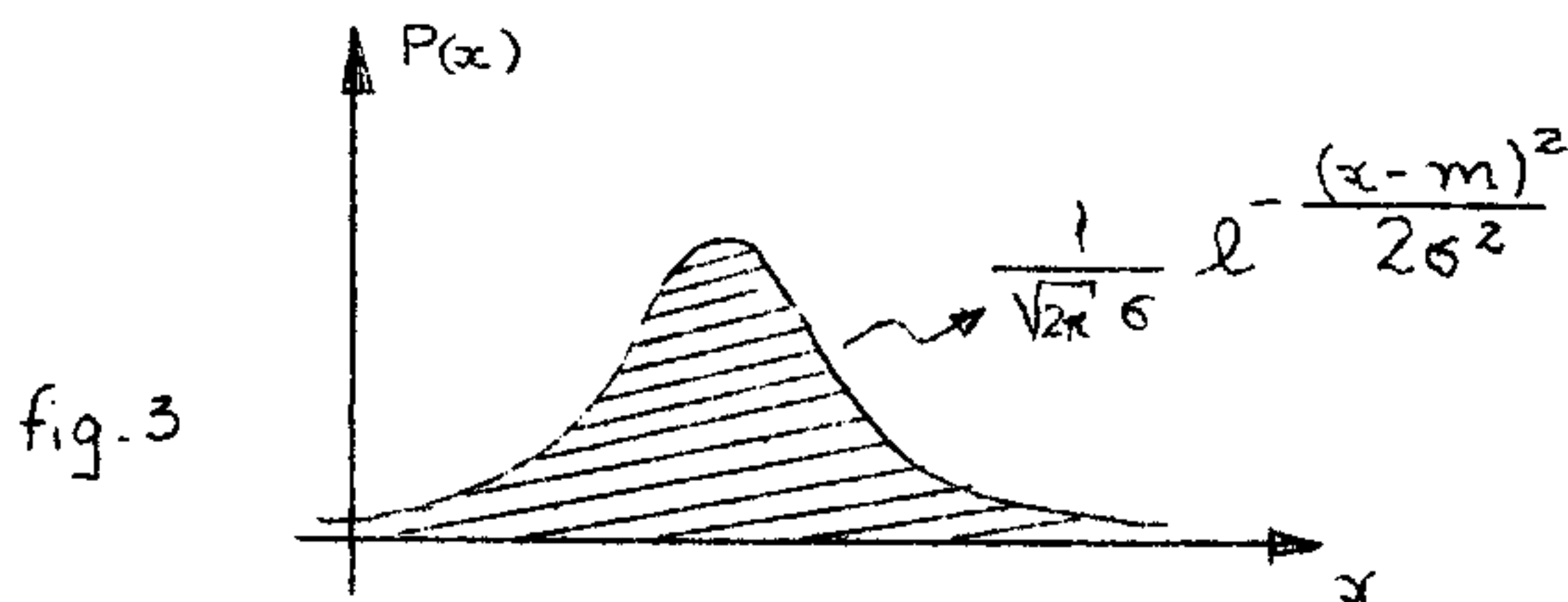
$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

onde x é a nossa variável (informação em exame); σ é o desvio padrão e m a média aritmética. Os valores m e σ são obtidos pelo exame do comportamento de nossa variável e seus significados veremos mais adiante.

A expressão acima satisfaz a seguinte relação:

$$\text{Probabilidade} = P(-\infty, +\infty) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = 1$$

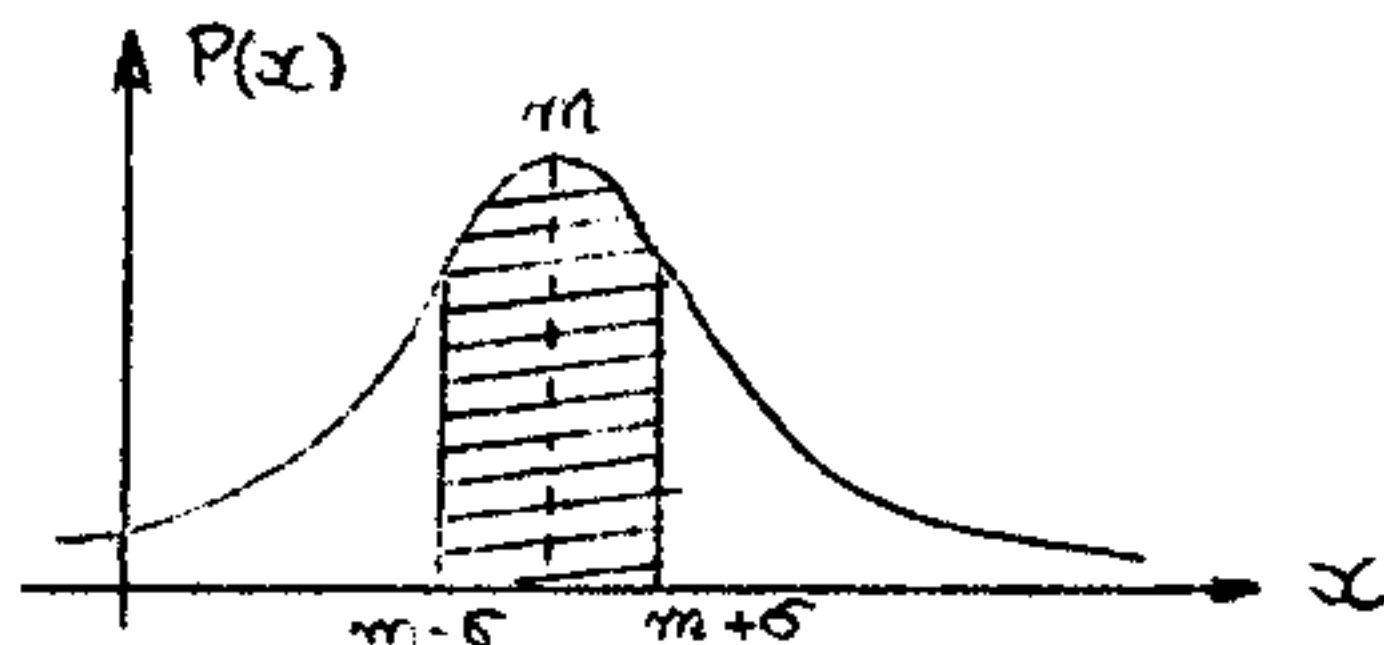
Ou seja, a probabilidade para que a variável x esteja compreendida entre $-\infty$ e $+\infty$ é igual a 1 ou 100%, o que é ilustrado na figura 3.



A probabilidade para que a variável x esteja compreendida entre $m - \sigma$ e $m + \sigma$ é de 68%, ou seja:

$$P(m-\sigma, m+\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{m-\sigma}^{m+\sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx = 0,68$$

O que é ilustrado na figura 4 abaixo.



Vê-se portanto que as probabilidades da variável são representadas pelas áreas definidas pela curva e os limites de integração o que nada mais é que a resolução da integral acima.

A curva de distribuição da lei normal é conhecida como curva em sino ou curva de Gauss.

A lei normal é interessante pelo fato de muitas - distribuições de fenômenos da natureza a ela se subordinarem ou segui-la. Ela se caracteriza por uma distribuição simétrica em torno de um valor médio.

É a lei do azar puro!

Num lote de minério saído de uma mina, depois de numerosos transportes, misturas, britagens e moagens, seguidas de uma homogeneização do produto, se tomarmos, ao acaso (sem escolha), 1.000 amostras de mesma dimensão, os seus teores re-partirão, a grosso modo, segundo a lei normal:

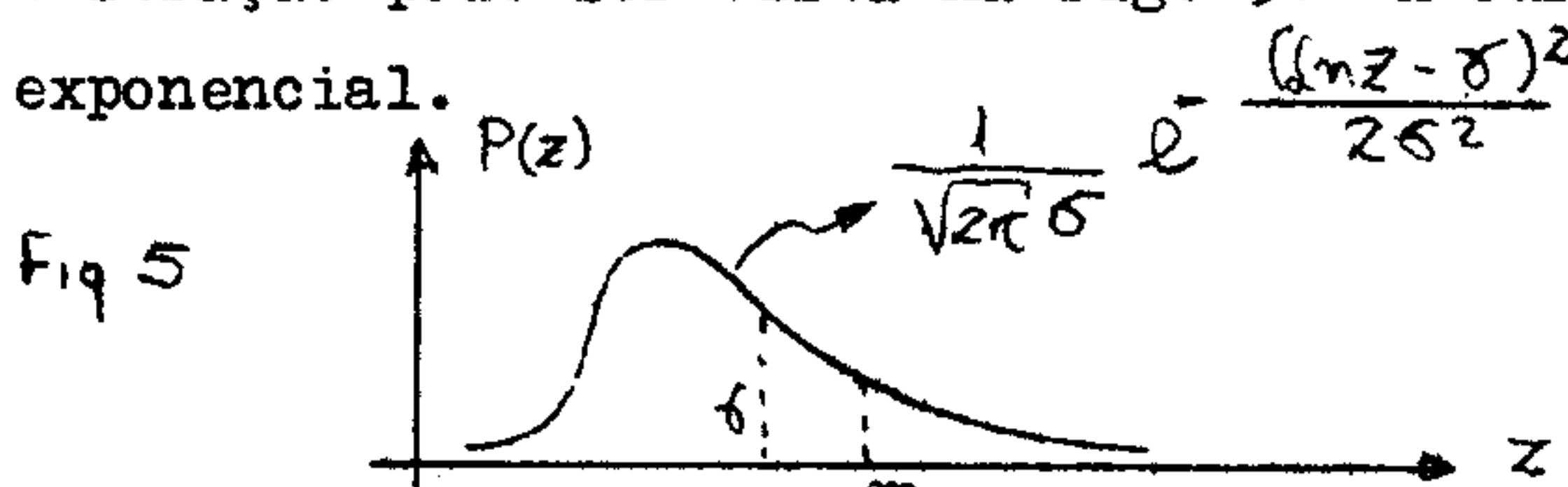
Esse fato pode ser compreendido intuitivamente, pois cada amostra representando um teor funciona como se fosse as cores de bolas dentro de uma urna (lote de minério), que depois de misturadas, terão suas probabilidades obedecendo a lei do azar puro ou a lei normal.

2.3.2 - Lei Lognormal

É obtida da lei normal pela mudança da variável x por $\ln z$ ($\ln = \log$ neperiano). A curva de distribuição é então representada pela equação:

$$P(\ln z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(\ln z - \delta)^2}{2\sigma^2}}$$

cuja ilustração pode ser vista na fig. 5. A curva é assimétrica ou exponencial.



Do mesmo modo que na lei normal, teremos:

$$P(-\infty, +\infty) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{(\ln z - \delta)^2}{2\sigma^2}} d(\ln z) = 1$$

As expressões σ e δ têm o mesmo significado da lei normal, sendo que δ é chamado no caso de Mediana e representa a média aritmética dos logarítimos neperianos da variável estudada.

A lei lognormal é aplicável aos fenômenos naturais, econômicos, históricos e geográficos e toda vez que intervier a noção de efeito proporcional ou logarítmico. É uma lei muito difundida nos meios geoestatísticos.

Pode-se entender a distribuição lognormal com alguns exemplos clássicos:

A história demonstra que é tão fácil a um país de 5.000.000 km² anexar mais 5.000 km² como um país de 500.000 anexar 500.

Com referência a repartição da fortunas é intuitivo que é tão fácil a um homem possuindo milhares de cruzeiros de ganhar um milhão como um possuindo um milhão ganhar mil.

Para fenômenos da natureza pode-se entender que as altitudes de uma determinada região, representando um fenômeno geográfico homogêneo, obedecem a uma lei lognormal. Com efeito: existe na região um elemento de variação proporcional, pois a erosão é proporcional ao desnivelamento.

Em uma jazida de níquel, por exemplo, um ponto vizinho de outro com teor de 1% tem grande probabilidade de ter um teor próximo de 1% e pouquíssima probabilidade de ter um teor de 10%.

Se considerarmos a natureza do fenômeno mineralizador que deu origem a uma jazida, pode-se entender que existe realmente um efeito proporcional: existe a mesma probabilidade de um teor de 10% passar para 11% como um teor de 1% passar para 1,1%.

Constata-se, em geral, que no caso de uma jazida de cobre ou outro metal qualquer, não é mais o teor que obedece a uma lei normal mas sim o logarítmo do teor.

Como consequência dessas observações podemos dizer que o teor de um metal em uma jazida não obedece a lei do azar puro, mas à uma lei do azar presa a fenômenos físico-químicos.

No domínio biológico poderemos verificar que a sensibilidade aos medicamentos de animais de uma mesma espécie segue a lei lognormal, do mesmo modo que a reação dos seres humanos a um teste oral. Pode-se verificar também que as dimensões dos grãos de um depósito sedimentar seguem a lei lognormal.

2.4 - Cálculo dos Parâmetros Estatísticos

Os parâmetros estatísticos referidos nas expressões quantitativas definem as lei normal e lognormal e constituem valores característicos e indispensáveis à análise do comportamento da variável em estudo.

São eles, no caso da lei normal:

- Média Aritmética

- Variância Aritmética
- Desvio Padrão Aritmético

No caso da lei lognormal:

- Média Aritmética
- Mediana
- Variância Logarítmica
- Desvio Padrão Logarítmico

2.4.1 - Média Aritmética - m

Tem o significado conhecido e o seu cálculo não oferece nenhum problema.

Se x é a nossa variável susceptível de apresentar os valores x_1, x_2, x_n , a média aritmética é dada pela fórmula geral: $m = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, sendo n o número total de informações.

A média aritmética ou valor médio tem uma significação muito relativa. Falar de valor médio supõe-se que as informações estudadas "foram homogeneizadas pelo pensamento". A média aritmética não tem um valor tão importante como aparentemente se supõe para os estudos geoestatísticos. Seu uso é, entretanto, de grande significado quando estamos na presença de uma distribuição normal.

2.4.2 - Variância Aritmética - σ'^2

Constitue um parâmetro clássico da lei normal e é empregada para medir e caracterizar a dispersão dos valores observados para a variável em estudo.

A variância aritmética é calculada pela fórmula seguinte:

$$\sigma'^2 = \frac{1}{N} \sum n_i (x_i - m)^2$$

sendo N o número total de observações; n_1 o número de observações com a característica x_1 ; m é a média aritmética dos valores observados.

A variância aritmética traduz um valor quantitativo que mede o grau de dispersão da variável. Ela vem substituir as expressões de ordem qualitativa tais como: muito disperso, pouco disperso, dispersão normal, etc.

2.4.3 - Desvio Padrão Aritmético σ'

O desvio padrão aritmético σ' é, por definição, a raiz quadrada da variância aritmética ou seja:

$$\sigma' = \pm \sqrt{\frac{1}{N} \sum n_i (x_i - m)^2}$$

2.4.4 - Mediana δ

É a média aritmética dos logaritmos neperianos da variável em estudo e o seu cálculo é feito a partir da fórmula:

$$\ln \delta = \frac{\sum \ln x_i}{N}, \text{ sendo } N \text{ o número de observações.}$$

Seu uso é muito comum e importante quando estamos diante de uma distribuição lognormal, pois a mediana, nesse caso, substitue a média aritmética.

Numa distribuição lognormal a mediana é um valor tal que 50% das observações são maiores que ele e 50% menores que ele. Assim, se amostrarmos uma jazida mineral e se os teores do metal de valor seguirem uma lei lognormal de mediana δ , podemos dizer que 50% dos teores tem valores maiores que δ .

2.4.5 - Variância Logarítmica - σ^2

É um parâmetro clássico da lei lognormal, sendo calculada pela fórmula: $\sigma^2 = \frac{1}{N} \sum n_i (\ln x_i - \ln \delta)^2$, sendo N o número total de observações; n_i é o número de observações com a característica x_i ; $\ln \delta$ é o logaritmo neperiano da mediana.

A variância logarítmica é um valor quantitativo que mede o grau de dispersão dos valores observados quando a distribuição é lognormal.

2.4.6 - Desvio Padrão Logarítmico - σ

No caso da lei lognormal o desvio padrão é, por definição, igualmente, a raiz quadrada da variância logarítmica, ou seja:

$$\sigma = \sqrt{\frac{1}{N} \sum n_i (\ln x_i - \ln \delta)^2}$$

Demonstra-se que num ajustamento lognormal, m e σ estão ligados pela fórmula:

$$m = \bar{x} e^{\frac{\sigma^2}{2}} \quad \text{ou}$$

$\lg m = \lg \bar{x} + 0,217 \sigma^2$, expressão que permite calcular m quando se conhece \bar{x} e σ^2 , ou uma dessas variáveis quando se tem as duas outras.

2.5 - LEI NORMAL REDUZIDA

Vimos que a curva de probabilidades ou de frequência da lei normal tem por equação:

$$p(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}$$

As probabilidades são calculadas pela resolução da integral:

$$P(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}} dx$$

Se fizermos nessa fórmula $m = 0$ e $\sigma = 1$, teremos:

$$P(y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int e^{-\frac{y^2}{2}} dx$$

A resolução dessa integral, que é chamada lei normal reduzida, está colocada sob forma de tabela em todos os livros de estatística.

Neste trabalho apresentamos a tabela 1, extraída de uma publicação francesa (Bibliografia 4.2), calculada para limites de integração entre 0 e 4.

Nota-se pela simples leitura dessa tabela que a variável (teores por exemplo) tem a seguinte probabilidade de se encontrar intervalo $-t$ e $+t$:

68% para $t = 1$

95% para $t = 2$

99,7% para $t = 3$

Para uma lei normal qualquer essas probabilidades correspondem a intervalos de $m - \sigma$ e $m + \sigma$, ou sejam:

$$P(m - \sigma, m + \sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{m - \sigma}^{m + \sigma} e^{-\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2}} dx = 0,68$$

$$P(m - 2\sigma, m + 2\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{m - 2\sigma}^{m + 2\sigma} e^{-\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2}} dx = 0,95$$

$$P(m - 3\sigma, m + 3\sigma) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{m - 3\sigma}^{m + 3\sigma} e^{-\frac{(x - m)^2}{2\sigma^2}} dx = 0,99$$

Os valores 0,682, 0,954 e 0,997 são os níveis de probabilidade correntemente empregados em estatística porque eles correspondem a números inteiros de desvio padrão, ou sejam: σ , 2σ e 3σ .

Se fizermos uma série de amostragens de um lote de minério e obtivermos para cada grupo de amostras teores médios t_1, t_2, t_3, t_n , teremos um teor médio t_m dos teores médios e uma variância aritmética σ'_m dos teores médios.

Se a distribuição for normal poderemos dizer que existe 68% de probabilidade para que o teor médio verdadeiro t_v do lote de minério e não das amostras, esteja compreendido

entre $t_m - \sigma'_m$ e $t_m + \sigma'_m$, ou seja:

Nível 68%	$t - \sigma'_m < t_v < t + \sigma'_m$
Nível 95	$t - 2\sigma'_m < t_v < t + 2\sigma'_m$
Nível 99,7%	$t - 3\sigma'_m < t_v < t + 3\sigma'_m$

As expressões acima são chamadas inequações das probabilidades (Fourchette des probabilités).

No caso de uma distribuição lognormal teremos as seguintes inequações para os 3 (três) níveis de probabilidades:

Nível 68%	$\sigma e^{-\sigma} < t_v < \sigma e^{+\sigma}$
Nível 95%	$\sigma e^{-2\sigma} < t_v < \sigma e^{+2\sigma}$
Nível 99,7%	$\sigma e^{-3\sigma} < t_v < \sigma e^{+3\sigma}$

2.6 - RETA DE HENRI

Quando se fazem estudos estatísticos, o primeiro problema consiste em saber à qual lei de distribuição ou referência a nossa população observada pode se ajustar.

O teste da reta de Henri constitui um artifício gráfico bastante prático e cômodo para se verificar se uma distribuição observada corresponde a uma lei normal ou lognormal.

Consideremos simultaneamente as expressões que definem uma lei normal e uma lei normal reduzida:

$$P(a) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma} \int_{-\infty}^{+a} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-m}{\sigma} \right)^2} dx$$

$$P(b) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+b} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$

É fácil observar que se tivermos $b = \frac{x - m}{\sigma}$ teremos:

$$P(a) = P(b)$$

Reciprocamente, se a todo valor de x fizermos corresponder um valor b que satisfaça a relação $P(x) = P(b)$, teremos:

$$b = \frac{x - m}{\sigma}$$

A relação linear assim estabelecida entre x e b se exprime graficamente pela reta de Henri. Essa propriedade fornece um meio para se verificar a normalidade ou lognormalidade de uma distribuição.

No caso da lei lognormal a equação da reta de Henri é dada pela fórmula seguinte:

$$c = \frac{\ln x - \sigma}{\sigma}, \text{ ou}$$

$$c = \frac{2,3 \lg x - \sigma}{\sigma}$$

3 - DISTRIBUIÇÃO ESTATÍSTICA À DUAS VARIÁVEIS

Consideremos uma experiência estatística cujo resultado é caracterizado por um par de números X e Y suscetíveis de tomar diversos valores: O par (X, Y) obedece a lei de probabilidade à duas variáveis. Ao invés de termos uma distribuição linear teremos agora uma repartição num plano.

No caso mais simples, a lei normal à duas variáveis

veis é definida pela densidade de probabilidade:

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_x \cdot \sigma_y} e^{-\left[\frac{(x - m_x)^2}{\sigma_x^2} + \frac{(y - m_y)^2}{\sigma_y^2}\right]}$$

As duas variáveis X e Y são independentes e satisfazem, respectivamente, à duas leis normais definidas pelos parâmetros m_x , σ_x e σ_y .

De maneira geral, podemos dizer que dois fenômenos X e Y apresentam uma correlação estatística quando a um valor x_1 se corresponde um "grupo" de valores de y_1 , diferente, em média, do "grupo" de valores y_2 ligado a x_2 .

A um valor x corresponde agora vários valores de y , de modo que:

= O "grupo" de valores de Y cresce quando X cresce:

Diz-se então que a correlação é positiva.

- O "grupo" de valores de Y decresce quando X cresce:

Diz-se então que a correlação é negativa.

O relacionamento entre essas duas variáveis se mede por um Coefficiente de Correlação, r , que varia de -1 a $+1$, de acordo com o seguinte esquema:

$r = -1$: Relação funcional negativa entre x e y , isto é, x é função de y ;

r próximo de -1 : Forte correlação negativa entre x e y ;

$r = 0$: Independência completa entre os fenômenos x e y .

$r = +1$: Relação funcional positiva entre x e y , isto é y é função de x .

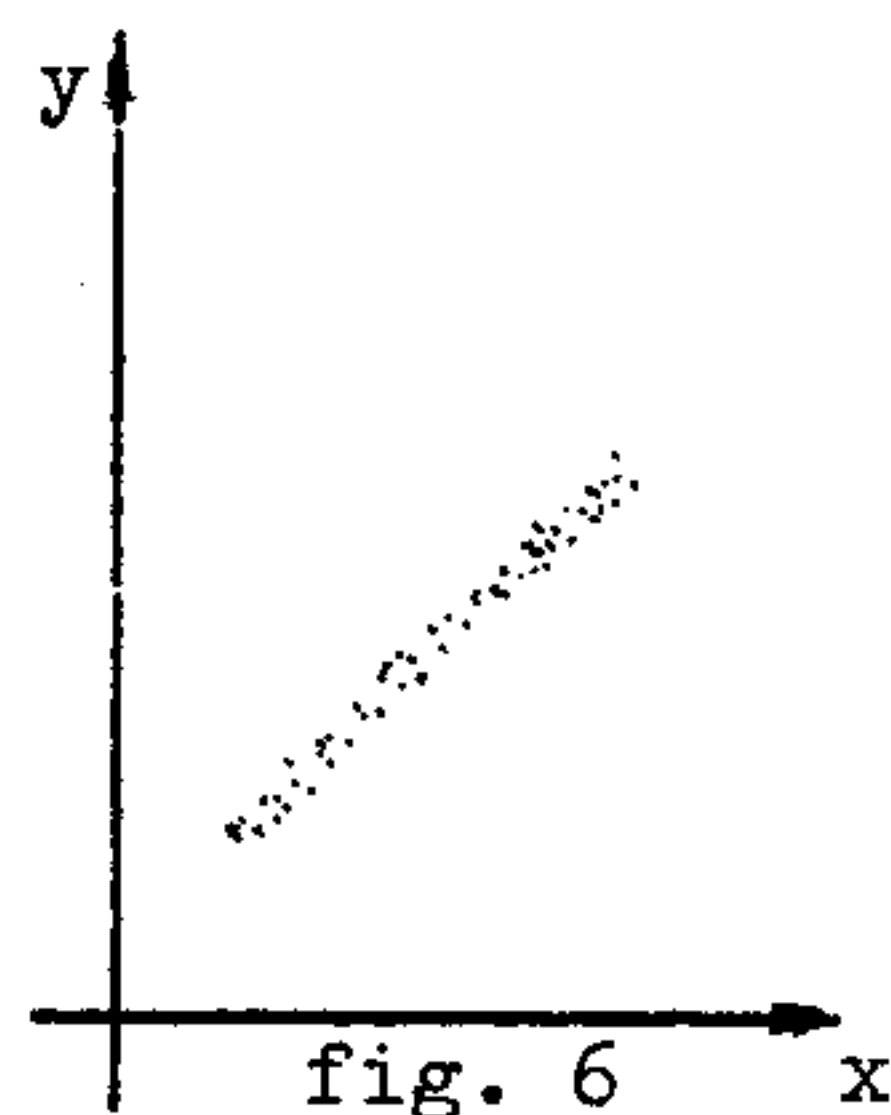
r próximo de 1: Forte correlação positiva entre x e y .

O esquema acima pode ser melhor compreendido com o auxílio de ilustrações gráficas como a seguir:

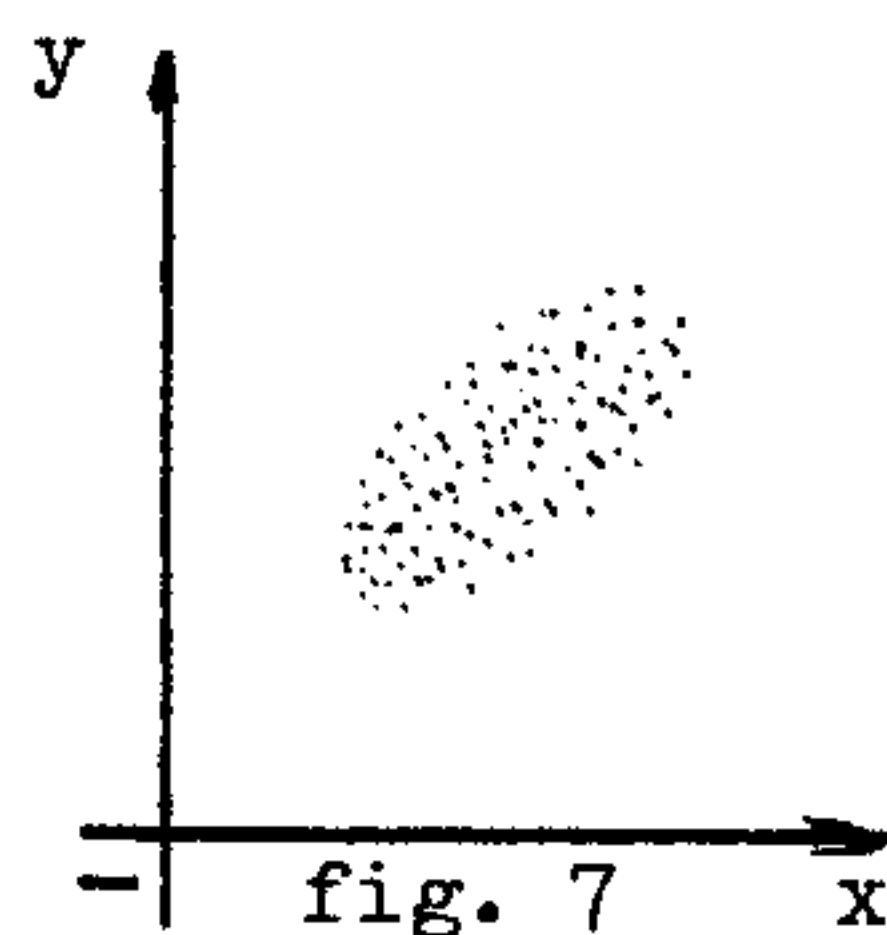
Se forem colocados no eixo das abcissas de um sistema cartesiano ortogonal os valores de x e no eixo das ordenadas os valores de y para cada observação estatística que se tenha feito, obteremos uma "nuvem de pontos" que pode se ajustar segundo o formato de uma reta; segundo o formato grosseiro de uma elipse ou segundo o formato grosseiro de um círculo.

Pode-se imaginar essas suposições com as figuras abaixo:

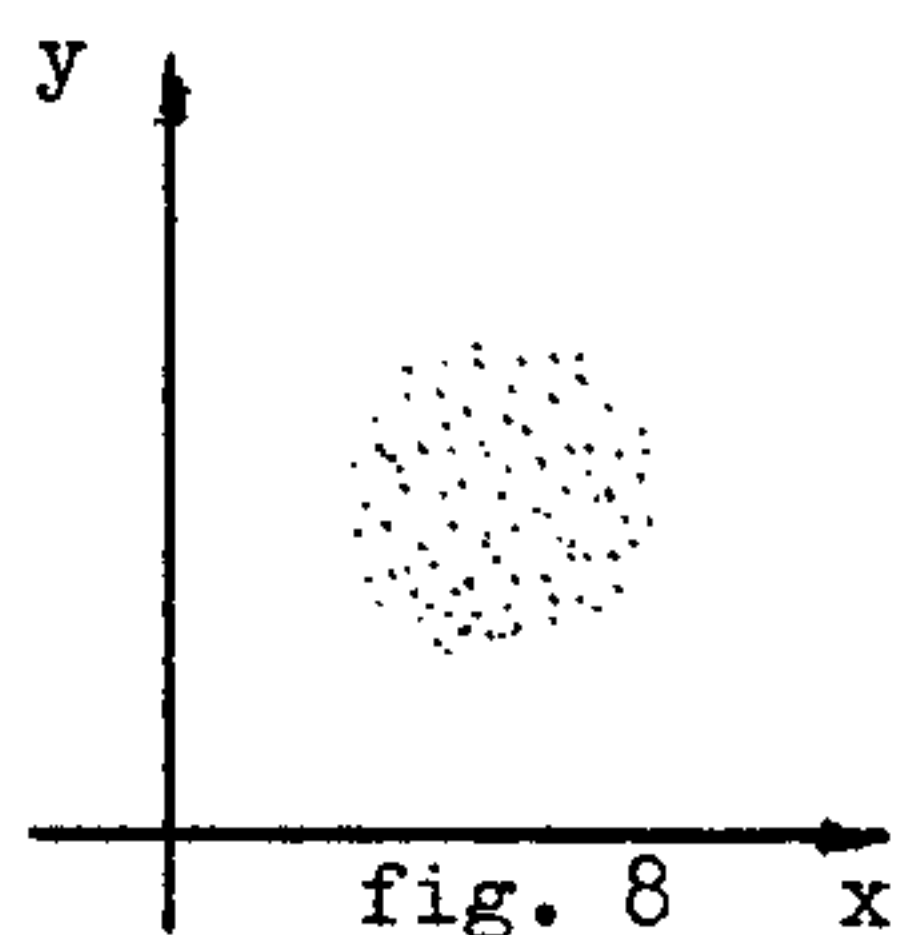
Na figura 6 os pontos estão repartidos segundo uma nuvem estreita e alongada. Excelente correlação positiva. A cada valor de x correspondem valores de y pouco diferentes uns dos outros. Nesse caso, r é da ordem de 0,9.



Na figura 7 a "nuvem de pontos" forma uma elipse pouco alongada. A cada valor de x correspondem valores de y bem diferentes um do outro. Neste caso, r é da ordem de 0,7.



Na figura 8 a "nuvem de pontos" tem o formato grosseiro de um círculo. Isto significa independência entre os fenômenos x e y e o coeficiente de correlação r é zero.



Deve ser observado que o significado dos valores do Coeficiente de Correlação r só é válido no caso em que a dependência de x e y tem uma tendência linear, o que acontece quando os dois fenômenos correlativos obedecem a uma lei normal ou lognormal, e nesse último caso o coeficiente de correlação a considerar é o logarítmico.

Notemos ainda que para se dar um perfeito significado ao Coeficiente de Correlação é preciso, em certos casos, separar os fenômenos estudados em várias populações, se existirem essas várias populações.

Assim, a correlação positiva entre a altura e a idade dos seres humanos não deve ser considerada para toda a população do globo terrestre, mas sim para certos grupos étnicos, do sexo masculino, por exemplo.

Do mesmo modo, devemos notar que os teores numa jazida podem constituir diferentes populações correspondentes a zonas mineralizadas diferentes e que é de interesse separá-las.

Numa jazida de urânio, pode ocorrer numa determinada área uma excelente correlação radioatividade-teor (minério em equilíbrio radioativo) e noutra área uma péssima correlação (minério em desequilíbrio radioativo).

3.1 - Retas de Correlação

No caso de uma lei normal, se r for o Coeficiente de Correlação y e x , a lei da probabilidade de Y para X tem por densidade de probabilidade:

$$f(x, y) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_y \sqrt{1-r^2}} e^{-\frac{1}{2(1-r^2)} \left[\frac{y - m_y}{\sigma_y} - r \frac{x - m_x}{\sigma_x} \right]^2}$$

Dessa fórmula sobressaem as seguintes propriedades:

O seu valor médio é:

$$m(Y) = m_y + \beta_{yx} (x - m_x)$$

colocando $\beta_{yx} = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$, vemos que a linha de re

gressão de Y para X é uma reta, de equação:

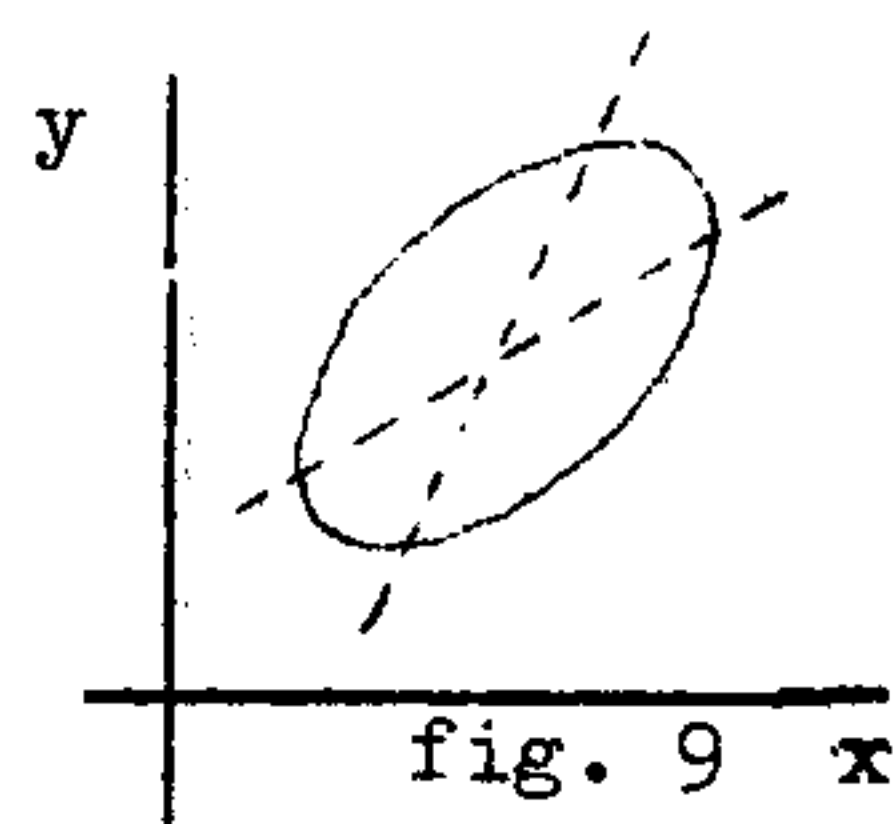
$$Y = m_y + \beta_{yx} (x - m_x), \text{ ou}$$

$$\frac{y - m_y}{\sigma_y} = r \frac{x - m_x}{\sigma_x}$$

Do mesmo modo a linha de regressão de X para Y é:

$$\frac{x - m_x}{\sigma_x} = r \frac{y - m_y}{\sigma_y}$$

Estas duas retas são os eixos conjugados da elipse definida pela quadrática entre colchetes da fórmula acima.



A variância da lei de Y para X é

$$\sigma_{xy}^2 = \sigma_y^2 (1 - r^2)$$

No caso da lei lognormal as mesmas considerações acima se aplicam, observando que se tratam então do Coeficiente de Correlação Logarítmico, Variâncias Logarítmicas e Desvio Padrão Logarítmico.

Se o par (X, Y) segue uma lei lognormal, o estudo da correspondência entre x e y é feito em coordenadas logarítmicas. Neste sistema os pontos M de coordenadas $\lg x$ e $\lg y$ correspondentes a valores do par (x, y) se repartem de acordo com o que foi explicado para a lei normal.

Para cada valor de \underline{x} corresponde uma "população" de valores de \underline{y} de distribuição lognormal e de variância :

$\sigma^2 = \sigma_y^2 (1 - r^2)$, sendo σ_y a variância logaritmica de \underline{y} e r o Coeficiente de Correlação Logarítmico.

O lugar geométrico das medianas dessas "populações" de \underline{y} para cada um dos valores de \underline{x} é a reta de regressão de \underline{y} em \underline{x} , de equação:

$$\frac{\lg Y - \lg \sigma_y}{\sigma_y} = r \frac{\lg X - \lg \sigma_x}{\sigma_x}$$

σ_y e σ_x são, respectivamente, as medianas de \underline{x} e \underline{y} .

A curva de correspondência das "populações" de \underline{y} para cada um dos valores de \underline{x} é o lugar geométrico de suas médias.

Assim, se \underline{y}_x são os valores médios de "populações" de \underline{y} em relação a \underline{x} , teremos:

$$y_x = \sigma e^{\frac{\sigma^2}{2}} \quad \text{ou}$$

$$\lg y_x = \lg \sigma + \frac{\sigma^2}{2}, \quad \text{como } \sigma^2 = \sigma_y^2 (1 - r^2)$$

, resulta que a reta de correspondência é uma reta deduzida da reta de regressão por uma translação de $\frac{\sigma_y^2}{2} (1 - r^2)$

3.2 - Cálculo dos Parâmetros de Correlação

De uma maneira geral, o coeficiente de correlação entre duas variáveis x e y lognormais é dado pela expressão:

onde σ_x^2 é a variância logarítmica de x, σ_y^2 a variância logarítmica de y, e $\sigma_{x/y}^2$ a variância logarítmica da relação x/y.

O coeficiente angular da reta de regressão é calculado pela expressão:

$$p = r \frac{\sigma_y}{\sigma_x}$$

A reta de correspondência, conforme já assinalado, é deduzida da reta de regressão por uma translação igual a

$$\frac{\sigma_y^2}{2} (1 - r^2)$$

3.3 - Precisão da Reta de Correspondência

O erro sobre a média dos valores interpretados a partir da reta é dada pela fórmula abaixo estabelecida por Matheron:

$$\sigma_w^2 = \left[\sigma_y^2 (1 - r^2) + \frac{1}{2} \sigma_y^4 (1 - r^4) \right] / N$$

, ou,

Nível 68% de probabilidade $\pm \sigma_w$

Nível 95% de probabilidade $\pm 2 \sigma_w$

O erro sobre uma medida interpretada a partir da reta é calculado, de maneira aproximada, a partir da fórmula:

$$\sigma_w = \pm \sigma_y \sqrt{(1 - r^2)}$$

4 - APLICAÇÕES PRÁTICAS

As fórmulas utilizadas para o cálculo dos parâmetros geoestatísticos \underline{m} , $\underline{\sigma}$, $\underline{\sigma}^2$ e $\underline{\sigma}$ são aparentemente complicadas o que provoca um certo receio daqueles que se interessam pelo assunto.

Entretanto, podemos adiantar que esses cálculos estão hoje sensivelmente simplificados pelo emprego de tabelas e gráficos especialmente imprimidos para a análise de a justamentos normais e lognormais.

Menção especial deve ser dada a Aimé Carlier do "Commissariat a l' Energie Atomique da França, que aprimorou uma tabela que favorece sobremaneira os primeiros estudos geoestatísticos.

A tabela 2, extraída de um trabalho de Carlier (Bibliografia 4.1) permite o cálculo rápido e simples da mediana, variância logarítmica, desvio padrão e média aritmética para uma distribuição lognormal.

Sua utilização é facilmente compreensível.

É útil uma rápida explicação sobre o uso dessa tabela que foi concebida somente para informações quantitativas.

Na coluna Classe Logarítmica foram escolhidos números cujos logaritmos fossem simples e obedecessem ao intervalo de 0,1.

Na coluna Número de Indivíduos por Classe devem ser anotadas as características por classe das informações que estudamos. É prático o uso de bastões para preenchimento dessa coluna. Os indivíduos devem ser anotados entre duas classes, por exemplo: O valor 1,60 (ou 160 ou 1600) deve ser anotado entre 1,26 e 1,58 e colocado na frente de 1,58.

A coluna n é o número de indivíduos por classe e \underline{x} é sempre o intervalo inferior.

As demais expressões que envolvem \underline{x} são fáceis de calcular.

A coluna Frequência Acumulada é preenchida com os valores de n e construída a partir da parte inferior da coluna. As percentagens (%) são calculadas a partir dos valores da coluna de frequência acumulada.

As fórmulas para o cálculo da Mediana, Variância e Desvio Padrão utilizam os dados obtidos ao se totalizarem os \sum e N .

Deve ser observado que a edição de 0,05 no cálculo da Mediana, corresponde a um fator de correção da classe logarítmica escolhida, ou seja: 0,05 é a metade dos intervalos entre os logaritmos de \underline{x} .

O número 5,3 que aparece no cálculo da Variância, é um fator de conversão de logaritmos neperianos em logaritmos decimais.

De posse dos valores representativos da Mediana, Variância e Desvio Padrão, poderemos construir, graficamente,

a Reta de Henri a fim de sabermos se a distribuição estudada é normal ou lognormal.

No caso de se suspeitar de uma distribuição normal, usamos, para construir a Reta de Henri o papel conhecido como gaussaritmético, onde em ordenadas estão as probabilidades ou frequências na escala de Gauss, e nas abcissas, em escala aritmética, os valores da variável em estudo.

Em se tratando de uma distribuição que se suspeita lognormal, usamos, para construir a Reta de Henri, o papel gausslogaritmico, onde em ordenadas estão as probabilidades ou frequências na escala de Gauss, e nas abcissas, em escala logarítmica, os valores da variável em estudo.

Para mostrar como se constroe a Reta de Henri consideremos o caso de uma distribuição lognormal, usando portanto o papel gausslogaritmico que está mostrado no gráfico 1.

Preenchida a tabela 2 e calculados os parâmetros \bar{x} , σ^2 e σ , torna-se fácil a construção da reta: Basta colocar na linha das abcissas o valor correspondente a mediana \bar{x} . A partir do ponto assim definido, toma-se, em centímetros, o valor correspondente a 10 σ no eixo das abcissas obtendo-se outro ponto de onde, paralelamente ao eixo das ordenadas e para baixo, toma-se um comprimento de 11,5 centímetros, que define mais outro ponto. Este, ligado a valor da Mediana caracteriza a Reta de Henri correspondente ao estudo em foco.

Para verificarmos se a distribuição estudada é lognormal colocaremos sobre o papel gausslogaritmico as percentagens das frequências correspondentes aos valores da variável em estudo (x na tabela 2). Se os pontos assim obtidos se ajus

rem perfeitamente sobre a Reta Henri, previamente construída, estamos na presença de uma distribuição lognormal podendo aplicar todos os raciocínios inerentes à esta lei.

Deve-se observar, pelo exame da Reta de Henri, que no caso de $\sigma = \infty$ (dispersão infinita) a reta é paralela ao eixo das abcissas; No caso de $\sigma = 0$ (dispersão nula) a reta é paralela ao eixo das ordenadas.

Para se estudar uma correlação estatística entre duas variáveis lognormais procede-se como exposto acima para o cálculo das medianas, variâncias e desvio-padrões.

O cálculo do Coeficiente de Correlação entre as duas variáveis é feito à partir da fórmula:

$$r = \frac{\sigma_x^2 + \sigma_y^2 - \sigma_{x/y}^2}{2 \sigma_x \sigma_y}$$

A fórmula abaixo, equivalente à precedente, pode também ser utilizada:

$$r = \frac{\sigma_{xy}^2 - \sigma_x^2 - \sigma_y^2}{2 \sigma_x \sigma_y}$$

O cálculo do Coeficiente Angular da Reta de Regressão e da Reta de Correspondência é obtido pela fórmula:

$$p = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot r$$

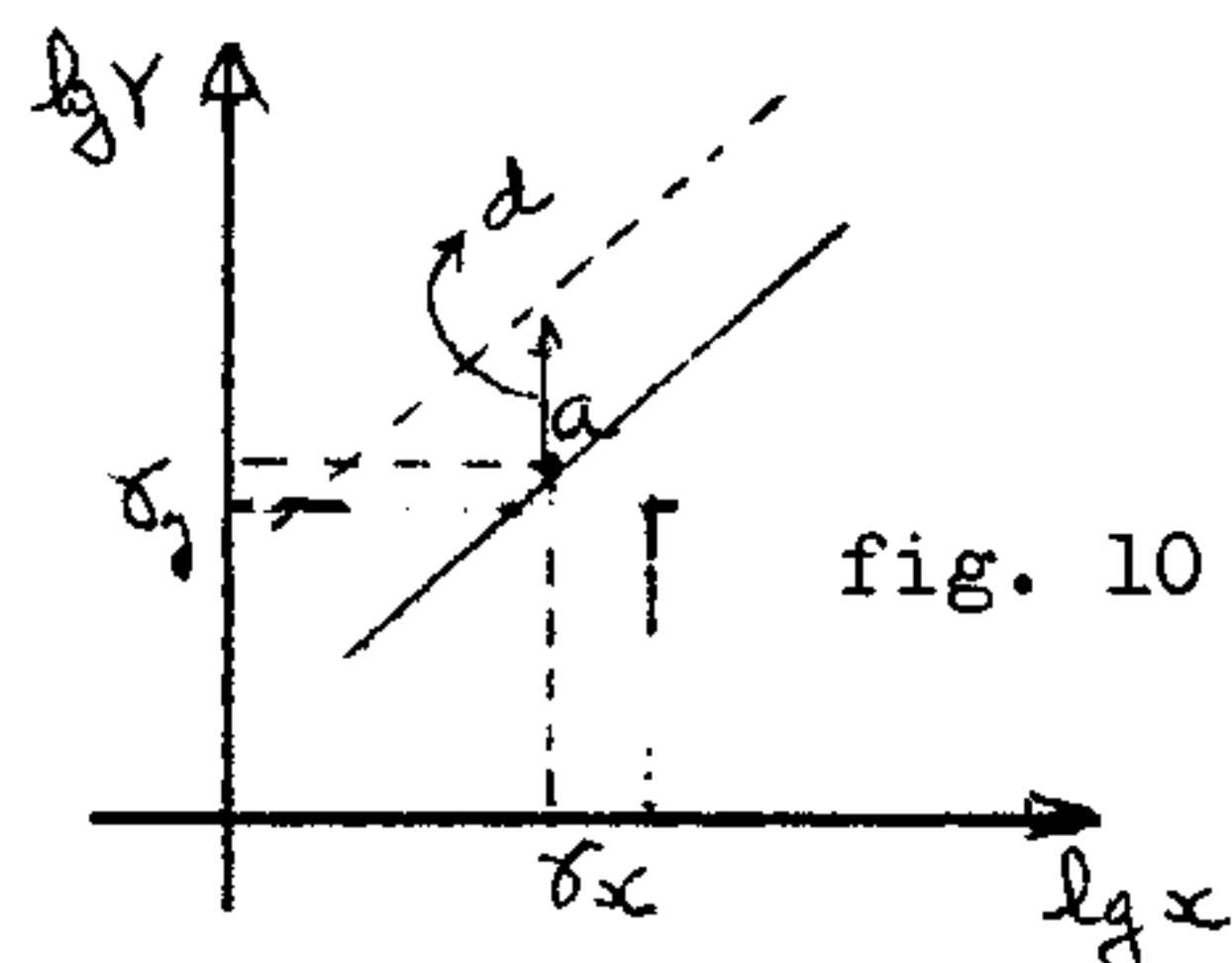
Com esses dados podemos construir a Reta de Regressão das duas variáveis lognormais em papel bilogarítmico.

Deve-se utilizar, de preferência, um papel bi-log com módulo de 100 mm em ordenadas e abcissas a fim de evitar cálculos inúteis.

A Reta de Regressão passa pelo ponto a, de ordenada igual a σ_y e abscissa σ_x conforme mostrado na fig. 10.

O seu coeficiente angular p é determinado pela fórmula acima citada:

$$p = \frac{\sigma_y}{\sigma_x} \cdot r$$



A Reta de Correspondência é obtida por uma translação vertical para cima da Reta de Regressão de uma distância em milímetros:

$$d = \frac{0,434 (1-r^2)}{2} \sigma_y^2 E \quad \text{mm, onde } E \text{ é o módulo do papel bilogarítmico e } 0,434 \text{ é um fator de transformação gráfica equivalente ao logaritmo decimal do número } \underline{e}.$$

Além das retas citadas é necessário plotar no papel bilogarítmico os pontos correspondentes aos valores de x e y para cada amostra examinada, obtendo-se assim a "nuvem de correlação" do fenômeno estudado.

A precisão da Reta de Correspondência é dada por fórmulas estabelecidas por Georges Matheron.

O erro sobre a média de um grande número de valores interpretados a partir da Reta de Correspondência é obtido pela expressão:

$$\sigma_w = \pm \sqrt{\frac{\sigma_y^2 (1-r^2) + 1/2 \sigma_y^2 (1-r^4)}{N}}$$

Utilizando-se os níveis correntemente empregados

em estatística, teremos:

68% de probabilidade	$\pm 1\sigma_w$
95% de probabilidade	$\pm 2\sigma_w$

A fórmula abaixo dá erro aproximado de uma medida interpretada a partir da Reta de Correspondência

$$\sigma_w = \pm \sigma_y \sqrt{(1-r^2)}$$

Esse erro pode ter valores elevados pois ele in depende do número de amostras. Ele representa um valor, para menos, do erro cometido.

Os exemplos que damos a seguir mostram como pode mos utilizar esse novo instrumento de análise no domínio da pesquisa mineral.

Teremos a oportunidade de verificar com esses e xemplos que a geoestatística é uma maneira nova e elegante de abordar velhos problemas e que de longa data vinham sendo solu cionados pelo emprego de conceitos hoje ultrapassados.

Exemplo - 1

Trata-se de um breve estudo da distribuição dos teores de urânio no solo em partes por milhão (ppm), de uma área da Chaminé de Salitre, Minas Gerais.

Feitos os cálculos de acordo com a tabela 2, en contramos os seguintes valores para 403 amostras analisadas.

$$\begin{aligned} \bar{y} &= 64, \text{ ppm} \\ \sigma^2 &= 0,329 \\ \sigma &= 0,574 \\ m &= 84,5 \text{ ppm} \end{aligned}$$

Construída a Reta de Henri nos moldes acima descrito, vemos, no gráfico 2, que a distribuição dos teores se ajusta muito bem segundo a lei lognormal, com exceção dos valores mais baixos e do valor mais alto, que são portanto anômalos.

Observa-se que o teor \underline{m} é diferente da mediana $\underline{\gamma}$, o que era de se esperar, pois a distribuição é lognormal. Observa-se ainda que a dispersão não é grande (inclinação da reta).

A reta de Henri nos permite ainda a escolha estatística dos intervalos das curvas isoradas para a área. Esta escolha nos dará de maneira bastante expressiva o retrato da quilo que a natureza reservou para o local.

Exemplo - 2

Trata-se de um rápido estudo da distribuição dos teores em U^{308} , U^{308} e ThO^2 , de lotes de concentrados de piroclore de Araxá exportados com o controle da Comissão Nacional de Energia Nuclear.

Foram consideradas 185 para teores em equivalente de U^{308} , 176 análises químicas para ThO^2 e 278 para U^{308} .

Feitos os cálculos usuais conforme tabelas 3, 4 e 5, encontramos:

$$\begin{aligned} \text{Equivalente } U^{308}: \quad \gamma &= 0,483\% \\ \sigma^2 &= 0,013 \\ \sigma &= 0,115 \\ m &= 0,486\% \end{aligned}$$

Química	U^{308} : $\bar{x} = 0,0332\%$
	$\sigma^2 = 0,0567$
	$\sigma = 0,238$
	$m = 0,0342\%$

Química	ThO^2 : $\bar{x} = 1,60\%$
	$\sigma^2 = 0,0446$
	$\sigma = 0,216$
	$m = 1,63\%$

Construindo as retas respectivas teremos as representações do gráfico 3.

Pode-se observar, examinando essas retas, que os teores em U^{308} e ThO^2 parecem não se ajustar na lei lognormal; os teores em U^{308} parecem se adaptar melhor nessa lei.

Pode-se notar que as variâncias são muito pequenas, ou seja, os teores são muito pouco dispersos. Tal fato é revelado pela inclinação das retas.

Note-se ainda que as medianas são praticamente iguais aos valores médios respectivos.

Tudo leva a crer que estamos diante de uma distribuição normal.

De fato, embora os lotes de minérios que deram origem aos concentrados tivessem vindo de uma mesma jazida, eles foram submetidos a inúmeros processamentos físicos como: misturas na jazida; peneiramento; moagem; flotação; transportes, etc.

Todas essas mutações físicas mascararam a lognormalidade de nossos teores e os cálculos mostram portanto que a distribuição segue a lei do azar puro ou normal.

Exemplo - 3

Trata-se de um estudo da distribuição dos teores de urânio no solo, em partes por milhão (ppm), da Chaminé Alcalinas de Araxá, Minas Gerais.

Os dados foram obtidos por amostragem sistemática de solo na malha de 100 metros à profundidade média de 60 centímetros.

Foram consideradas 3.157 amostras e feitos os cálculos conforme tabela 6, obtivemos:

$$\bar{x} = 7,03 \text{ ppm}$$

$$s^2 = 1,098$$

$$s = 1,048$$

$$m = 12,2 \text{ ppm}$$

Construída a Reta de Henri conforme o gráfico 4, podemos observar que os valores não se adaptam bem nessa reta.

Os teores abaixo de 5 ppm se afastam completamente da reta e são portanto anômalos.

Tal fato pode ser devido seja a pouca sensibilidade do fluorímetro ao analisar baixos teores, seja porque tenham sido tomadas algumas amostras de solo fora da área da Chaminé de Araxá. Vê-se que os baixos valores deslocaram a Reta de Henri.

Os teores acima de 6 ppm se ajustam perfeitamente numa reta que está representada em linha interrompida. Tudo leva a crer que os valores acima de 6 ppm tem uma distribuição lognormal.

Exemplo - 4

Trata-se do estudo da distribuição dos teores em U^{308} do Indício Cascatinha da Chaminé de Araxá, Minas Gerais.

Os dados foram obtidos por amostragem de poços distribuídos sistematicamente sobre o terreno.

Feitos os cálculos de acordo com a tabela 7, encontramos os seguintes valores para 779 amostras:

$$\sigma = 208 \text{ ppm}$$

$$\sigma^2 = 0,540$$

$$\sigma = 0,735$$

$$m = 272 \text{ ppm}$$

Analisando o ajustamento sobre a Reta de Henri do gráfico 5, observa-se que os pontos seguem um alinhamento - quase perfeito e a distribuição é, sem dúvida, lognormal.

Vê-se que a mediana é bem diferente da média aritmética. A variância é relativamente grande e os teores estão bem dispersos.

Somente 1% dos teores estão acima de 1.000 ppm e são realmente anômalos pois se afastam da reta.

Outras conclusões podem ser tiradas examinando pormenorizadamente essa reta.

Exemplo - 5

Trata-se de uma análise da distribuição dos teores em U^{308} químico de amostras de testemunhos de sondagens da jazida de Agostinho em Poços de Caldas, Minas Gerais.

Foram consideradas cerca de 156 amostras, cujos cálculos, feitos conforme tabela 8, forneceram:

$$\bar{x} = 0,067\%$$

$$s^2 = 0,851$$

$$s = 0,924$$

$$m = 0,115\%$$

Construída a Reta de Henri do Gráfico 6, verificamos que o ajustamento não é perfeito, parecendo existir 3 (três) famílias distintas de teores: uma com teores menores que 0,02%; outra com teores entre 0,025 e 0,05% e outra com teores acima de 0,08% de U^{308} .

Esse fato pode ser devido a existência de três filões distintos cortados pela sondagem, ou um enriquecimento em urânio ocasionado pela maior ou menor profundidade de amostragem.

Exemplo - 6

Trata-se do estudo do comportamento dos teores em níquel de uma jazida do tipo laterítico, situada no Estado de Goiás.

Foram consideradas 5.290 análises provenientes de 125 furos de sondagem e 212 poços distribuídos sistematicamente dentro da área pesquisada.

Os cálculos para determinação dos parâmetros geoestatísticos foram feitos de acordo com o mostrado nas Tabelas 9, 10 e 11. O Gráfico 7 mostra o ajustamento dos teores em níquel segundo a lei lognormal em papel gausslogarítmico, para as amostras de sondagens mais poços.

Pode-se observar que o ajustamento é praticamente perfeito nos três casos, para a população de teores entre 0,08% e 1%, de níquel. Os teores acima de 1% e abaixo de 0,08% são estatisticamente anômalos, pois se afastam da reta. Essa constatação poderia ser explicada por algumas considerações geológicas: a área pesquisada e correspondente a população de teores entre 0,08 e 1% de níquel estaria representada pelo maciço de dunito fresco, onde é lícito espera-se uma distribuição lognormal para os teores. A área da jazida para teores maiores de 1% corresponderia a zona lateritizada, com enriquecimento em níquel. Os teores abaixo de 0,08% são erráticos, sem nenhuma explicação para as mesmas.

Com bases nessas observações pode-se escolher estatisticamente as faixas de teores (cut-off) julgados os mais corretos para o cálculo das reservas de minério de níquel.

Observando-se ainda o gráfico 7 podemos notar que as Retas de Henri das amostras de sondagem, poços e sondagem - mais poços são praticamente iguais. Essa constatação nos permite concluir de imediato que a amostragem dos poços apresentam a mesma significatividade da amostragem oriunda dos furos

de sondagem. Tendo em vista que os poços são substancialmente menos onerosos que as sondagens, podemos deduzir a importância dessa constatação. Deve ser observado, entretanto, que esse fato, no caso em apreço, não exclui a necessidade de execução de alguns furos de sondagem para o estudo da jazida em profundidade.

Exemplo - 7

Dentro da área pesquisada e referida no exemplo anterior foi feita uma eliminação dos furos e poços locados sobre zonas consideradas estéreis e onde os teores em níquel realmente se mostravam baixos. Após essa seleção restou uma área que corresponde a zona mineralizada em níquel mais interessante.

Para o estudo do comportamento do níquel dentro dessa área mais restrita foram consideradas 4444 análises sendo 3281 provenientes de testemunhos de sondagem e 1163 de poços.

O Gráfico 8 mostra as Retas de Henri resultantes cujos cálculos foram elaborados conforme tabelas 12, 13 e 14.

Pode-se notar nesse gráfico que o comportamento dos teores em níquel, do ponto de vista estatístico permaneceu idêntico às observações do Gráfico 7. Deve ser notado, entretanto, que as medianas e as médias aritméticas aumentaram, enquanto que as variâncias diminuíram de valor.

Exemplo - 8

Para o estudo do comportamento do ferro dentro

da área referida no exemplo 7, foram considerados cerca de 1362 análises, sendo 407 de poços e 955 de testemunhos de sondagem.

O gráfico 9 mostra o ajustamento desses teores segundo a lei lognormal, cujos os cálculos foram conduzidos de acordo com as tabelas 15, 16 e 17.

O exame desse gráfico nos mostra que o ajustamento não é muito perfeito, mas mesmo assim pode-se admitir que os teores em ferro seguem, de perto, a lei lognormal.

Pode-se observar ainda que as variâncias são praticamente iguais: Retas de Henri paralelas. Pode-se notar também que os teores em ferro parecem ter uma distribuição regular em toda a jazida, não havendo enriquecimento desse metal em profundidade.

Exemplo - 9

Dentro da área pesquisada para níquel laterítico do exemplo - 7 foi feito também o estudo estatístico dos teores em magnésio a partir de 553 análises sendo 277 provenientes de testemunhos de sondagem e 277 de poços.

Os cálculos para determinação dos parâmetros geostatísticos foram feitos conforme tabelas 18, 19 e 20. O gráfico 10 mostra o ajustamento dos teores em magnésio segundo a lei lognormal em papel gausslogarítmico.

Pode-se notar nesse gráfico que o ajustamento é imperfeito e os teores em magnésio, por certo, não seguem a lei lognormal. Pode-se notar que a variância dos poços é bem maior que a da sondagem. Pode-se observar ainda que os teores

em magnésio tendem a aumentar em profundidade, parecendo existir duas "populações de teores" bem nítidas: uma abaixo de 5% e outra acima desse valor.

Exemplo - 10

Trata-se de tentativa de construção da reta de regressão e reta de correspondência entre os teores em ferro e níquel, a partir de 4444 análises de níquel, 1362 análises de ferro e 526 determinações da relação ferro/níquel.

Os gráficos 8, 9 e 11, mostram os ajustamentos dos teores em níquel, ferro e relação ferro/níquel, segundo a lei lognormal.

Calculado o Coeficiente de Correlação empregando-se a fórmula da teoria, encontramos um valor de 0,74, denotando não existir boa correlação entre os teores em ferro e níquel no caso considerado. O gráfico 12 mostra a reta de regressão e reta de correspondência obtida com alguns comentários a respeito.

Exemplo - 11

Recentemente surgiu uma dúvida na Diretoria de Operações da CPRM sobre a necessidade ou não de se realizar 1.000 análises quantitativas de níquel em amostras provenientes ao Morro do Engenho. A dúvida era motivada pelo fato de as 1.000 amostras referidas já terem sido analisadas pelo método dito semiquantitativo e a realização de novas análises ocasionaria um substancial ônus nos trabalhos.

Para a solução do problema decidiu-se construir uma curva onde a cada valor de uma análise semiquantitativa, fosse possível corresponder a um valor para uma análise quantitativa, com um erro mínimo.

Para o estabelecimento dessa curva pode-se empregar a teoria estatística à duas variáveis, desde que seja realizada uma amostragem aleatória (sem escolha) de um determinado número de resultados onde estariam consignados, para cada amostra, o valor da análise semiquantitativa.

Para a solução do problema foram consideradas cerca de 557 amostras, escolhidas ao acaso, as quais foram analisadas pelos métodos quantitativos e semiquantitativos e os resultados tabelados.

Inicialmente foram feitos os cálculos para a determinação das medianas, variâncias e desvios-padrões dos teores quantitativos, semiquantitativos e relação semiquantitativa/quantitativa, de acordo com o procedimento das Tabelas 21, 22 e 23.

Utilizando-se do papel gausslogarítmico foram construídas as Retas de Henri conforme disposto no Gráfico 13, onde pode-se observar que os teores quantitativos e semiquantitativos se ajustam perfeitamente bem segundo a lei lognormal e as variâncias respectivas são praticamente iguais (retas paralelas). A reta de Henri da relação semiquantitativa/quantitativa mostra uma variância muito pequena (reta quase paralela ao eixo das ordenadas), denotando uma certa constância na relação das análises.

Uma vez constatado que os teores se ajustam se gundo a lei lognormal, os resultados foram plotados num papel di-log conforme mostrado no Gráfico 14, podendo-se observar que a "nuvem de pontos" obtidos parece tender para o formato gros seiro de uma elipse achatada.

Para a construção da Reta de Correspondência fo ram empregados as fórmulas da teoria estatística mostradas no Gráfico 14.

Do estudo acima pode-se concluir:

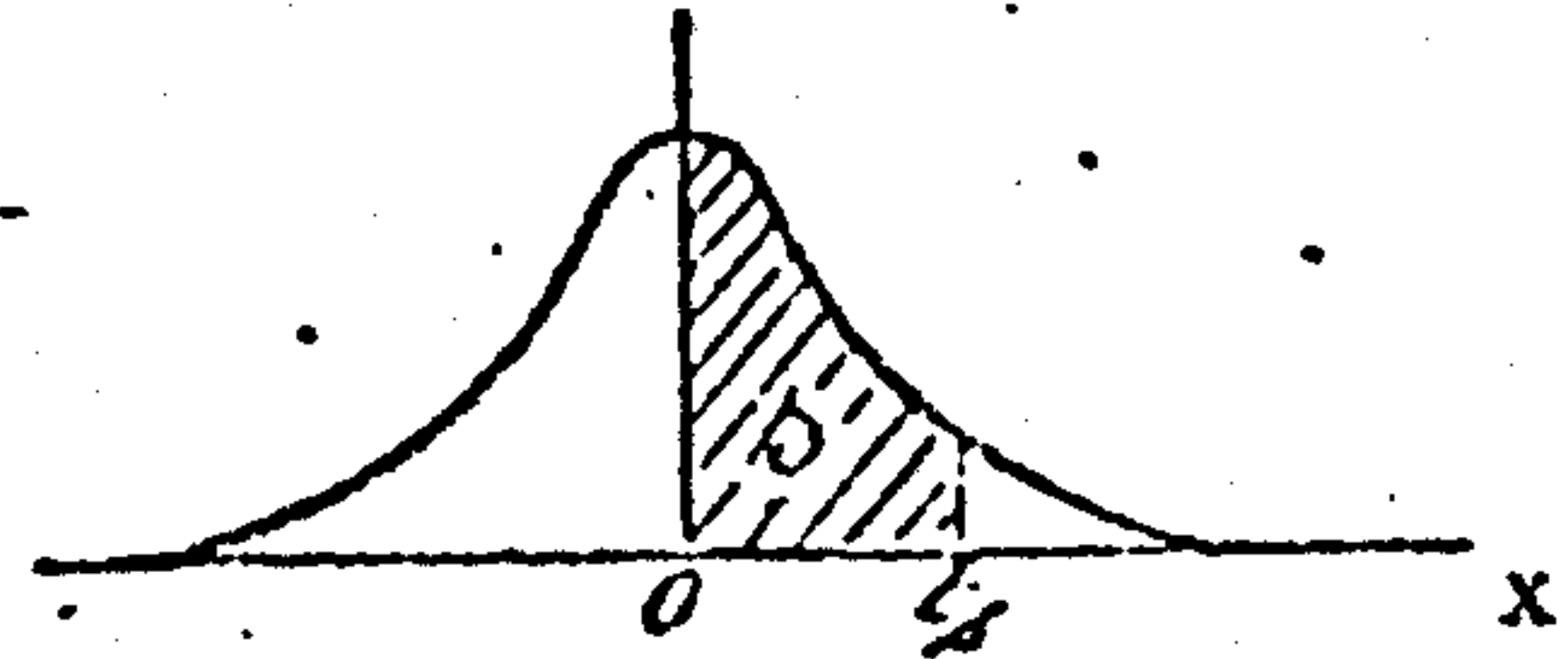
- Existe uma fortíssima correlação estatística entre as análi ses quantitativas e semiquantitativas, pois o coeficiente de correlação r é elevado ($r = 0,95$). Esse fato já pode ser vislumbrado na análise das Retas de Henri e na "nuvem de pon tos".
- Tendo em vista o baixíssimo valor de d ($d = 0,275$ mm), a reta de regressão coincide, praticamente, com a reta de cor respondência.
- O erro sobre a média de um grande número de análises quanti tativas interpretadas a partir da reta de correspondência é de apenas + 1,26% ao nível de 95% de probabilidade. O erro para um valor é de 22,7%, ao mesmo nível de probabilidade.
- Em virtude das constatações acima considerou-se desnecessá ria a realização de novas análises quantitativas.

4 - BIBLIOGRAFIA

- 4.1 - AIMÉ, Carlier - Manual Pratique d'Estimation des Gisements d'Uranium - Commissariat à l'Energie Atomique. France.
- 4.2 - MURARD, R. - Probabilités et Statistique - Revue de l'Industrie Minerale - Numéro Spécial - 1960 Saint Etienne France.
- 4.3 - MATHERON, George - Traité de Géostatistique Appliquée - B R G M - 1962 - France
- 4.4 - SERRA COSTA, José de Jesus - Probabilidades e Processos Estocásticos. Editora Vozes Ltda. 1971 - Petrópolis - RJ.
- 4.5 - PAIONE, J.A. - Geoestatística - Novo Conceito em Geologia Aplicada - XXVI GB Geologia, 1972.
- 4.6 - F.O. MUGE, L.P. CORTEZ, H.G. PEREIRA - Apontamentos de Geoestatística. Instituto Superior Técnico - Universidade de Lisboa - 1974/1975.

LEI NORMAL REDUZIDA

$$s = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{t_1} e^{-\frac{x^2}{2}} dx$$



t_1	s	t_1	s	t_1	s	t_1	s
0,00	0,0000	0,80	0,2881	1,00	0,4641	2,40	0,4918
0,02	0,0080	0,82	0,2939	1,02	0,4656	2,42	0,4922
0,04	0,0160	0,84	0,2995	1,04	0,4671	2,44	0,4927
0,06	0,0239	0,86	0,3051	1,06	0,4686	2,46	0,4931
0,08	0,0319	0,88	0,3106	1,08	0,4699	2,48	0,4934
0,10	0,0398	0,90	0,3159	1,10	0,4713	2,50	0,4938
0,12	0,0478	0,92	0,3212	1,12	0,4726	2,52	0,4941
0,14	0,0557	0,94	0,3264	1,14	0,4738	2,54	0,4945
0,16	0,0636	0,96	0,3315	1,16	0,4750	2,56	0,4948
0,18	0,0714	0,98	0,3365	1,18	0,4761	2,58	0,4951
0,20	0,0793	1,00	0,3413	1,20	0,4772	2,60	0,4953
0,22	0,0871	1,02	0,3461	1,22	0,4783	2,62	0,4956
0,24	0,0948	1,04	0,3508	1,24	0,4793	2,64	0,4959
0,26	0,1026	1,06	0,3554	1,26	0,4803	2,66	0,4961
0,28	0,1103	1,08	0,3599	1,28	0,4812	2,68	0,4963
0,30	0,1179	1,10	0,3643	1,30	0,4821	2,70	0,4965
0,32	0,1255	1,12	0,3686	1,32	0,4830	2,72	0,4967
0,34	0,1331	1,14	0,3729	1,34	0,4838	2,74	0,4969
0,36	0,1406	1,16	0,3770	1,36	0,4846	2,76	0,4971
0,38	0,1480	1,18	0,3810	1,38	0,4854	2,78	0,4973
0,40	0,1554	1,20	0,3849	1,40	0,4861	2,80	0,4974
0,42	0,1628	1,22	0,3888	2,02	0,4783	2,82	0,4976
0,44	0,1700	1,24	0,3925	2,04	0,4793	2,84	0,4977
0,46	0,1772	1,26	0,3962	2,06	0,4803	2,86	0,4979
0,48	0,1844	1,28	0,3997	2,08	0,4812	2,88	0,4980
0,50	0,1915	1,30	0,4032	2,10	0,4821	2,90	0,4981
0,52	0,1985	1,32	0,4066	2,12	0,4830	2,92	0,4982
0,54	0,2054	1,34	0,4099	2,14	0,4838	2,94	0,4984
0,56	0,2123	1,36	0,4131	2,16	0,4846	2,96	0,4985
0,58	0,2190	1,38	0,4162	2,18	0,4854	2,98	0,4986
0,60	0,2257	1,40	0,4192	2,20	0,4861	3,00	0,49865
0,62	0,2324	1,42	0,4222	2,22	0,4868	3,10	0,49904
0,64	0,2389	1,44	0,4251	2,24	0,4875	3,20	0,49931
0,66	0,2454	1,46	0,4279	2,26	0,4881	3,30	0,49952
0,68	0,2517	1,48	0,4306	2,28	0,4887	3,40	0,49966
0,70	0,2580	1,50	0,4332	2,30	0,4893	3,50	0,49976
0,72	0,2642	1,52	0,4357	2,30	0,4898	3,60	0,49984
0,74	0,2703	1,54	0,4382	2,34	0,4904	3,80	0,49993
0,76	0,2764	1,56	0,4406	2,36	0,4909	4,00	0,49997
0,78	0,2823	1,58	0,4429	2,38	0,4913	"	"

TABELA - 1

MEMORIA σ

$$\frac{302,9}{403} = \text{antilog}$$

$$= 0,7516 = \log G$$

$$+ 0,05$$

$$= 0,8016$$

$$= \sigma = 64 \text{ ppm}$$

MEMORIA σ^2

$$\sum n \log x^2$$

$$N \log G^2 = \sum n \log x - \log G$$

$$= 252,71$$

$$= 227,65$$

$$\frac{25,06}{403} = 0,06218$$

$$\sigma^2 = 0,32967$$

MEMORIA σ

TEOR MEDIO m

$$\lg \sigma = 0,8016 = 0,8016$$

$$+ 0,2175^2 = 0,12455$$

$$\text{antilog} = 0,92615$$

$$m = 84,5 \text{ ppm}$$



CPRM

INDÍCIO: Concentrado de Pirocloro AMOSTRAGEM: e U^{238} radiométrico (ARAXÁ)

OBJETIVO DO ESTUDO: AJUSTAMENTO DOS TEORES SEGUNDO A LEI LOGNORMAL

CLASSE log	NÚMERO DE INDIVÍDUOS POR CLASSE	%	FREQ. ACUM.	n	x	lg. x	n lg. x	n lg x ²
1,0					0,794	-0,1		
1,26					1,0	0		
1,50					1,20	0,1		
1,99					1,50	0,2		
2,51					1,99	0,3		
3,16					2,51	0,4		
3,98	2	100	185	2	3,16	0,5	1	0,5
5,01	118	98,9	183	118	5,01	0,6	70,8	42,43
6,31	65	35,1	65	65	6,31	0,7	45,5	31,85
7,94					7,94	0,8		
10					10	1		
12,6					12,6	1,1		
15,8					15,8	1,2		
19,9					19,9	1,3		
25,1					25,1	1,4		
31,6					31,6	1,5		
39,8					39,8	1,6		
50,1					50,1	1,7		
63,1					63,1	1,8		
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
158					158	2,2		
199					199	2,3		
251					251			
				N →	185		117,3	74,85

↑
Σ Σ

TABELA - 3

MEGIA X

$$\frac{\sum n \log x}{N} = \frac{117,3}{185} = 0,634$$

$$\frac{0,005}{0,684} = 0,0073$$

antilog

$$\zeta = 0,483$$

VARIANCA σ^2

$$\sum n \log x^2 = 74,830$$

$$N \log \sigma^2 = \sum n \log x \cdot \log 0 = 74,368$$

$$\frac{00,462}{185} = 0,0025$$

$$\sigma^2 = 0,013$$

DESVIO PADRO σ

$$\sigma = 0,115$$

TEOR MEDIO m

$$\log m = \log \zeta = 0,684$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = + 0,0028$$

$$\text{antilog} \quad 0,6868$$

$$m = 0,486$$

INDÍCIO: Concentrado de Pirocloro AMOSTRAGEM: $U^{3,8}$ químico
(ARAXÁ)

OBJETIVO DO ESTUDO: AJUSTAMENTO DOS TEORES SEGUNDO A LEI LOGNORMAL

CLASSE log	NÚMERO DE INDIVÍDUOS POR CLASSE	%	FREQ. ACUM.	n	x	lg. x	n lg. x	n lg x ²
1,0					0,794	-0,1		
1,26					1,0	0		
1,58					1,26	0,1		
1,99					1,58	0,2		
2,51	18	100	278	18	1,99	0,3	5,4	1,52
3,16	130	93,5	260	130	2,51	0,4	52,0	20,8
3,98	59	46,7	130	59	3,16	0,5	29,5	14,75
5,01	56	25,5	71	56	3,98	0,6	33,6	20,16
6,31	15	5,4	15	15	5,01	0,7	10,5	7,35
7,94					6,31	0,8		
10					7,94	0,9		
12,6					10	1		
15,8					12,6	1,1		
19,9					15,8	1,2		
25,1					19,9	1,3		
31,6					25,1	1,4		
39,8					31,6	1,5		
50,1					39,8	1,6		
63,1					50,1	1,7		
79,4					63,1	1,8		
100					79,4	1,9		
126					100	2		
158					126	2,1		
199					158	2,2		
251					199	2,3		
				Σ →	278		131	64,68

TABELA - 4

Σ ↑

MEDIANA \bar{x}

$$\frac{\sum n \log x}{n} = \frac{131}{278} = 0,471 = \log \theta$$

$$+ 0,05$$

$$\hline 0,521$$

antilog

$$= \boxed{\bar{x} = 0,0332}$$

2. VARIÂNCIA σ^2

$$\sum n \log x^2 = 64,680$$

$$N \log \theta^2 = \sum n \log x \cdot \log \theta$$

$$= 61,701$$

$$\hline 2,979$$

$$\cdot 278 =$$

$$0,010192 = 0,0567$$

$$\boxed{\sigma^2 = 0,0567}$$

DESVIO PADRÃO σ

$$\boxed{\sigma = 0,238}$$

TEOR MÉDIO m

$$\log m = \log \bar{x} = 0,521$$

$$+ 0,217 \sigma^2 + 0,012$$

$$\hline \text{antilog } 0,533$$

$$\boxed{m = 0,0342}$$

INDÍCIO: Concentrado de Pirocloro AMOSTRAGEM: ThO_2 químico
(ARAXÁ)

OBJETIVO DO ESTUDO: Ajustamento dos teores segundo a Lei Lognormal

CLASSE log	NÚMERO DE INDIVÍDUOS POR CLASSE	%	FREQ. ACUM.	n	x	lg. x	niq. x	niq. x ²
1,0					0,784	-0,1		
1,26					1,0	0		
1,50					1,50	0,1		
1,99					1,99	0,2		
2,51					1,99	0,3		
3,16					2,51	0,4		
3,98					3,16	0,5		
5,01					3,98	0,6		
6,31					5,01	0,7		
7,94	1	100	176	1	6,31	0,8	0,8	0,64
10	3	99,4	175	3	7,94	0,9	2,7	2,43
12,6	18	97,7	172	18	10	1	18	18
15,8	48	87,5	154	48	12,6	1,1	52,8	58,08
19,9	91	60,2	106	91	15,8	1,2	109,2	131,04
25,1	15	8,5	15	15	19,9	1,3	19,5	25,35
31,6					25,1	1,4		
39,8					31,6	1,5		
50,1					39,8	1,6		
63,1					50,1	1,7		
79,4					63,1	1,8		
100					79,4	1,9		
126					100	2		
158					126	2,1		
199					158	2,2		
251					199	2,3		
			176				203	235,5

TABELA - 5

$\sum \uparrow$ $\sum \downarrow$

MEGASMA \bar{y}

$$\frac{\sum n \log x}{n} = \frac{203}{176} = 1,153 \quad \approx 103,0$$

$$+ 0,05$$

$$\hline 1,203$$

antilog

$\bar{y} = 1,60$

VARIÁVEL σ^2

$$\sum n \log x^2 = 235,54$$

$$N \log G^2 = \sum n \log G = 234,059$$

$$\frac{235,54 - 234,059}{1,481} = 176 = 0,00102 = 0,0446$$

$\sigma^2 = 0,0446$

DESVIO PADRÃO σ

$\sigma = 0,216$

TEOR MEDIO m

$$\log m = \log \bar{y} = 1,203$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = + 0,009$$

$$\hline \text{antilog} \quad 1,212$$

$m = 1,63$

INDÍCIO: CHAMINHÉ DE ARAXÁ - MG.

AMOSTRAGEM: Uranometria de Solo

OBJETIVO DO ESTUDO: AJUSTAMENTO DOS TEORES SEGUNDO A LEI NORMAL

CPRM

CLASSE log	NÚMERO DE INDIVÍDUOS POR CLASSE	%	FREQ. ACUM.	n	x	lg. x	n lg. x	n lg x ²
1,0	12	100	3.157	12	0,724	-0,1	-1,2	0,12
1,26	7	99,6	3.145	7	1,0	0	0	0
1,58	18	99,4	3.138	18	1,20	0,1	1,8	0,18
1,99	61	98,8	3.120	61	1,59	0,2	12,2	2,44
2,51	210	96,8	3.059	210	1,99	0,3	63	18,9
3,16	268	90,2	2.849	268	2,51	0,4	107,2	42,88
3,98	336	81,7	2.581	336	3,16	0,5	168	84
5,01	438	71,4	2.245	438	3,98	0,6	262,8	157,68
6,31	311	57,4	1.807	311	5,01	0,7	217,7	152,39
7,94	305	47,4	1.496	305	6,31	0,8	244	195,2
10	242	37,8	1.191	242	7,94	0,9	217,8	196
12,6	168	30	949	168	10	1	168	168
15,8	177	24,8	781	177	12,6	1,1	194,7	214,17
19,9	136	19,1	604	136	15,8	1,2	163,2	195,8
25,1	155	14,8	468	155	19,9	1,3	201,5	261,9
31,6	92	9,9	313	92	25,1	1,4	128,8	180,32
39,8	81	7	221	81	31,6	1,5	121,5	182,25
50,1	61	4,4	140	61	39,8	1,6	97,6	156,16
63,1	20	2,5	79	20	50,1	1,7	34	57,8
79,4	22	1,8	59	22	63,1	1,8	39,6	71,28
100	18	1,1	37	18	79,4	1,9	34,2	64,98
126	8	0,6	19	8	100	2	16	32
158	7	0,3	11	7	126	2,1	14,7	30,87
199	4	0,1	4	4	158	2,2	8,8	19,36
251					199	2,3		
				Σ →	3.157		2.159	2.659,03

TABELA -- 6

\sum \uparrow

MEDIANA \bar{x}

$$\frac{\sum n \log x}{N} = \frac{2.515,9}{3.157} = 0,7969 \quad \text{:: } \log C$$

$$+ \frac{0,05}{2} = 0,8469$$

antilog

$$= \boxed{\bar{x} = 7,03 \text{ ppm}}$$

VARIANZA σ^2

$$\sum n \log x^2 = 2.659,03$$

$$N \log C^2 = \sum n \log x \cdot \log C = 2.004,92$$

$$654,1 : 3.157 =$$

$$0,2072 =$$

$$\boxed{\sigma^2 = 1.098}$$

COEFICIENTE DE VARIACAO σ

$$\boxed{\sigma = 1.048}$$

MEDIA ARITMETICA

$$\lg m = \lg \bar{x} + 0,217 \sigma^2$$

$$0,8469$$

$$+ \frac{0,238266}{2}$$

antilog

$$1,085166$$

$$\boxed{m = 12,2 \text{ ppm}}$$



CLASSE log	NÚMERO DE INDIVÍDUOS POR CLASSE	%	FREQ. ACUM.	n	x	lg. x	n lg. x	n lg x ²	
1,0					0,794	-0,1			
1,26					1,0	0			
1,58					1,26	0,1			
1,99					1,58	0,2			
2,51	2	100	779	2	1,99	0,3	0,60	0,18	
3,16	3	99,7	777	3	2,51	0,4	1,2	0,48	
3,98	0	99,3	774	0	3,16	0,5	0	0	
5,01	23	99,3	774	23	3,99	0,6	13,8	8,28	
6,31	16	96,4	751	16	5,01	0,7	11,2	7,84	
7,94	31	94,3	735	31	6,31	0,8	24,8	19,84	
10	73	90,3	704	73	7,94	0,9	65,7	59,13	
12,6	42	81	631	42	10	1	42	42	
15,8	69	75,6	589	69	12,6	1,1	75,9	83,49	
19,9	86	66,7	520	86	15,8	1,2	103,2	123,84	
25,1	132	55,7	434	132	19,9	1,3	171,6	23,08	
31,6	79	38,7	302	79	23,1	1,4	110,6	154,84	
39,8	62	28,6	223	62	31,6	1,5	93	139,5	
50,1	85	20,6	161	85	39,8	1,6	136	217,6	
63,1	28	9,7	76	28	50,1	1,7	47,6	80,92	
79,4	17	6,1	48	17	63,1	1,8	30,6	55,08	
100	24	3,9	31	24	79,4	1,9	45,6	86,64	
126	5	0,8	7	5	100	2	10	20	
158	2	0,2	2	2	126	2,1	4,2	8,82	
199					158	2,2			
251					199	2,3			
				N →	779			987,6	1.331,56

TABELA 7

∑
∑

ESPERANÇA \bar{X}

$$\frac{\sum n \cdot \log. x}{N} = \frac{987,6}{779} = 1,2678 = \log. G$$

$$+ 0,05$$

$$\underline{\hspace{1.5cm}} = 1,3178$$

antilog

$$= \boxed{\bar{X} = 208 \text{ ppm}}$$

VARIÁVEL σ^2

$$\sum n \log x^2 = 1.331,56$$

$$N \log. G^2 = \sum n \log x \cdot \log G = 1.252,07$$

$$79,49 : 779 = 0,10192 =$$

$$\boxed{\sigma^2 = 0,5409}$$

DESVIO PADRÃO σ

$$\boxed{\sigma = 0,735}$$

MÉDIA ARitmÉTICA m

$$\lg \bar{X} = 1,3178 = 1,3178$$

$$+ 0,2176^2 = +0,1173$$

$$\text{antilog } 1,4351$$

$$\boxed{m = 272 \text{ ppm}}$$

INDÍCIO: Jazida de Agostinho

AMOSTRAGEM: Teores em $U^{3,08}$ em test. de sondagem

OBJETIVO DO ESTUDO: Ajustamento dos teores segundo a Lei lognormal

CLASSE log	NÚMERO DE INDIVÍDUOS POR CLASSE	%	FREQ. ACUM.	n	x	lg. x	n lg. x	n lg x ²
1,0	☒	100	156	6	0,754	-0,1	-0,6	0,06
1,26		96	150	0	1,0	0	0	0
1,58	☐	96	150	3	1,29	0,1	0,3	0,03
1,99		94	147	0	1,58	0,2	0	0
2,51	☒ ☒ ☒	94	147	15	1,89	0,3	4,5	1,35
3,16	☒ ☐	84,6	132	7	2,51	0,4	2,8	1,12
3,98	☒ ☒ ☒	79,5	125	16	3,16	0,5	8,0	4,0
5,01	☒ ☒ ☒	69	109	15	3,98	0,6	9,0	5,4
6,31	☐	59,5	94	2	6,01	0,7	1,4	0,98
7,94	☒ ☒	58	92	10	6,31	0,8	8	6,4
10	☒ ☒ ☒	52	82	16	7,94	0,9	14,4	12,96
12,6	☒ ☒ ☒	41,5	66	16	10	1	16	16
15,8	☒ ☒ ☐	33	50	13	12,6	1,1	14,3	15,73
19,9	☒ ☒	24,5	37	11	16,8	1,2	13,2	15,84
25,1	☒ ☒ ☐	17	26	14	19,9	1,3	18,2	23,66
31,6	☐	8	12	4	25,1	1,4	5,6	7,84
39,8	☐	5,2	8	4	31,6	1,5	6,0	9,0
50,1	☐	2,5	4	2	50,1	1,6	3,2	5,12
63,1	☐	1,3	2	1	63,1	1,7	1,7	2,89
79,4	☐	0,65	1	1	79,4	1,8	1,8	3,24
100					79,4	1,9		
126					100	2		
158					126	2,1		
199					158	2,2		
251					199	2,3		
				$n \rightarrow$	156		129	131,68

Tabela - 8

$\sum \uparrow$ $\sum \uparrow$

MEDIANO γ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{129}{156} = 0,826 = \lg G$$

$$+ 0,05$$

$$\hline 0,876$$

antilog

$$= \boxed{\gamma = 0,061} \% U^{308}$$

VARIÂNCIA σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 131,62$$

$$N \lg G^2 = \sum n \lg x \cdot \lg G$$

$$= 106,55$$

$$\frac{25,07}{156} = 0,1607 \cdot 5,30192 =$$

$$\boxed{\sigma^2 = 0,85171}$$

COEFIC. DE VARIAÇÃO σ

$$\boxed{\sigma = 0,924}$$

MÉDIA ARITMÉTICA m

$$\lg m = \lg \gamma = 0,876$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = 0,1846$$

$$\text{antilog} \quad 1,0606$$

$$\boxed{m = 0,115} \% U^{308}$$

INDÍCIO: LATERITAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: Niquel (Sondagem)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nl	nl ² gx ²
						CPRM		
1,0	63	100	3034	63	0,794	-0,1	-6,3	0,63
1,26	-	97,92	2971	-	1,0	0	-	-
1,58	-	97,92	2971	-	1,26	0,1	-	-
1,99	-	97,92	2971	-	1,58	0,2	-	-
2,51	40	97,92	2971	40	1,99	0,3	12,0	7,60
3,16	55	96,60	2931	55	2,51	0,4	22,0	8,80
3,98	-	94,79	2876	-	3,16	0,5	-	-
5,01	125	94,79	2876	125	3,98	0,6	75,0	145,00
6,31	62	90,67	2751	62	5,01	0,7	47,4	30,78
7,94	58	88,62	2689	58	6,31	0,8	46,4	37,12
10	202	86,71	2631	202	7,94	0,9	181,8	163,62
12,6	152	80,05	2429	152	10	1	152,0	152,00
15,8	113	75,04	2277	113	12,6	1,1	121,2	136,73
19,9	204	71,32	2164	204	15,8	1,2	244,8	293,76
25,1	300	64,60	1960	300	19,9	1,3	390,0	507,00
31,6	217	54,71	1660	217	25,1	1,4	303,8	425,32
39,8	219	47,56	1443	219	31,6	1,5	328,5	492,75
50,1	208	40,34	1224	208	39,8	1,6	332,8	532,48
63,1	189	33,48	1016	189	50,1	1,7	321,3	546,21
79,4	208	27,25	827	208	63,1	1,8	374,4	673,92
100	210	20,40	619	210	79,4	1,9	399,0	758,10
126	173	13,48	409	173	100	2	346,0	692,00
158	122	7,77	236	122	126	2,1	256,2	528,02
199	74	3,75	114	74	158	2,2	162,8	358,16
251	33	1,31	40	33	199	2,3	75,9	171,57
316	7	0,23	7	7	251	2,4	16,8	40,32
				3034	-	-	4.202,9	6.610,49

TABELA 9

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{4.202,9}{3.034} = 1,3852 = \lg G$$

antilg $1,4352$

$\delta = 0,212\%$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 6.610,49$$

$$\sum n \lg . \lg G = 5.821,85$$

N
↓

$$788,64 : 3.034 . 5,3 = 1,3774$$

$$\sigma^2 = 1,3774$$

$$\sigma = 1,1736$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,4352$$

$$+ 0,217 \frac{\sigma^2}{\delta} = 0,2988$$

antilg $1,7340$

$m = 0,542\%$

INDÍCIO: LANTERNAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: NIQUEL (Poços)



Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0	86	100	2256	86	0,794	-0,1	-8,6	0,86
1,26	—	96,18	2170	—	1,0	0	—	—
1,58	—	96,18	2170	—	1,26	0,1	—	—
1,99	—	96,18	2170	—	1,58	0,2	—	—
2,51	66	93,26	2170	66	1,99	0,3	19,8	5,94
3,16	24	92,19	2104	24	2,51	0,4	9,6	3,84
3,98	5	92,19	2080	5	3,16	0,5	2,5	1,25
5,01	60	91,97	2075	60	3,98	0,6	36,0	21,60
6,31	29	89,31	2015	29	5,01	0,7	20,3	14,21
7,94	51	88,03	1986	51	6,31	0,8	40,8	32,64
10	139	85,77	1935	139	7,94	0,9	125,1	112,59
12,6	165	79,60	1796	165	10	1	165,0	165,00
15,8	149	72,29	1631	149	12,6	1,1	163,9	180,29
19,9	193	65,69	1482	193	15,8	1,2	231,6	277,92
25,1	195	57,13	1289	195	19,9	1,3	253,5	329,55
31,6	177	48,49	1094	177	25,1	1,4	247,8	346,92
39,8	144	40,64	917	144	31,6	1,5	216,0	324,00
50,1	146	34,26	773	146	39,8	1,6	233,6	373,76
63,1	156	27,79	627	156	50,1	1,7	265,2	450,84
79,4	121	20,87	471	121	63,1	1,8	217,8	392,04
100	98	15,51	350	98	79,4	1,9	186,2	353,78
126	75	11,17	292	75	100	2	150,0	300,00
158	73	7,84	177	73	126	2,1	153,3	321,93
199	60	4,60	104	60	158	2,2	132,0	290,40
251	33	1,95	44	33	199	2,3	75,9	174,57
316	4	0,48	11	7	251	2,4	16,8	40,32
TABELA 10		0,17	4	4	316	2,5	10,0	25,00
		—	—	2256	—	—	2964,1	4539,25

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum nlgx}{N} = \frac{2964,1}{2256} = 1,3138 \quad = \lg G$$

$$\text{antilog } 1,3638$$

$$\delta = 0,23\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum nlgx^2 = 4.539,25$$

$$\sum nlg \cdot \lg G = -3.894,23 \quad N \downarrow$$

$$645,02 : 2256 \cdot 5,3 = 1,5152$$

$$\sigma^2 = 1,5152$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

$$\sigma = 1,2309$$

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,3638$$

$$+ 0,217 \frac{\sigma}{\delta} = + 0,3287$$

$$\text{antilog } 1,6925$$

$$m = 0,49\%$$

INDÍCIO: LATERITAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: NIQUEL (Poços + Sondagem)



Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0	149	100	5290	149	0,794	-0,1	-14,9	1,49
1,26	—	97,18	5141	—	1,0	0	—	—
1,58	—	97,18	5141	—	1,26	0,1	—	—
1,99	—	97,18	5141	—	1,58	0,2	—	—
2,51	106	97,18	5141	106	1,99	0,3	31,8	9,54
3,16	79	95,17	5035	79	2,51	0,4	34,6	12,64
3,98	5	93,68	4956	5	3,16	0,5	2,5	1,25
5,01	185	93,59	4951	185	3,98	0,6	111,0	66,6
6,31	91	90,09	4766	91	5,01	0,7	63,7	44,59
7,94	109	88,37	4675	109	6,31	0,8	87,2	69,76
10	341	86,31	4566	341	7,94	0,9	306,9	276,21
12,6	317	79,86	4225	317	10	1	317,0	317,00
15,8	262	73,87	3908	262	12,6	1,1	288,2	317,02
19,9	397	68,92	3646	397	15,8	1,2	476,4	571,68
25,1	495	61,41	3249	495	19,9	1,3	643,5	836,55
31,6	394	52,06	2754	394	25,1	1,4	551,6	772,24
39,8	363	44,61	2360	363	31,6	1,5	544,5	816,75
50,1	354	37,75	1997	354	39,8	1,6	566,4	906,24
63,1	345	31,05	1643	345	50,1	1,7	586,5	997,05
79,4	329	24,53	1298	329	63,1	1,8	592,2	1065,96
100	308	18,31	969	308	79,4	1,9	585,2	1111,88
126	248	12,49	661	248	100	2	496,0	992,00
158	195	7,80	413	195	126	2,1	409,5	859,95
199	134	4,12	218	134	158	2,2	294,8	648,56
251	66	1,58	84	66	199	2,3	151,8	349,14
316	4	0,34	18	14	251	2,4	33,6	80,64
TABELA 11		0,07	4	4	316	2,5	10,0	25,00
		—	—	5290	—	—	7167	11.147,14

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{7167}{5290} = 1,3548 \quad = \lg G$$

$$\text{antilg} \quad 1,4048$$

$$\delta = 0,25\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 11.149,74$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = -9.709,85 \quad \begin{matrix} N \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$\frac{1.439,89}{5290} \cdot 5,3 = 1,4421$$

$$\sigma^2 = 1,4421$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

$$\sigma = 1,20$$

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\begin{array}{rcl} \lg \delta & = & 1,4048 \\ + 0,217 \frac{\sigma}{\delta} & = & + 0,3129 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{antilg} \quad 1,7177$$

$$m = 0,52\%$$



INDÍCIO: LATERITAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: NIQUEL (Sondagem)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0	6	100	3281	6	1,0	0	—	—
1,26	—	99,81	3275	—	1,26	0,1	—	—
1,58	—	99,81	3275	—	1,58	0,2	—	—
1,99	15	99,81	3275	15	1,99	0,3	4,5	1,35
2,51	19	99,35	3260	19	2,51	0,4	7,6	3,04
3,16	6	98,78	3241	6	3,16	0,5	3,0	1,50
3,98	70	98,59	3235	70	3,98	0,6	42,0	25,20
5,01	41	96,46	3165	41	5,01	0,7	28,7	20,09
6,31	36	95,21	3124	36	6,31	0,8	28,8	23,04
7,94	127	94,11	3088	127	7,94	0,9	114,3	102,87
10	162	90,24	2961	162	10	1	162,0	162,00
12,6	120	85,30	2799	120	12,6	1,1	132,0	145,20
15,8	201	81,65	2679	201	15,8	1,2	241,2	289,44
19,9	344	75,52	2478	344	19,9	1,3	447,2	581,36
25,1	269	65,04	2134	269	25,1	1,4	376,6	527,24
31,6	274	56,84	1865	274	31,6	1,5	441,0	616,50
39,8	224	48,49	1591	224	39,8	1,6	358,4	573,44
50,1	229	41,66	1367	229	50,1	1,7	389,3	661,81
63,1	250	34,68	1138	250	63,1	1,8	450,0	810,00
79,4	242	27,06	888	242	79,4	1,9	459,8	873,62
100	230	19,68	646	230	100	2	460,0	920,00
126	179	12,67	416	179	126	2,1	375,9	789,39
158	156	7,22	237	156	158	2,2	343,2	755,04
199	60	2,46	81	60	199	2,3	138,0	347,40
251	18	0,64	21	18	251	2,4	43,20	103,68
316	3	0,09	3	3	316	2,5	7,50	18,75
		—	—	3281	—	—	5,024,20	8.321,96

TABELA 12

1. MÉDIA - δ

$$\frac{\sum nlgx}{N} = \frac{5024,2}{3281} = 1,5313 \quad = \lg G$$

$$\text{antilg} \quad 1,5813$$

$$\delta = 0,38\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum nlgx^2 = 8.321,96$$

$$\sum nlg \cdot \lg G = -7.693,55$$

$$\frac{628,41}{N} : 3281 \cdot 5,3 = 1,0149$$

$$\sigma^2 = 1,0149$$

$$\sigma = 1$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,5813$$

$$+ 0,217 \frac{\sigma}{\delta} = + 0,2202$$

$$\text{antilg} \quad 1,8015$$

$$m = 0,63\%$$



INDÍCIO: IATERITAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: Níquel (Poços)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	f	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0	18	100	1163	18	0,794	-0,1	-1,8	—
	25	98,45	1145	25	1,0	0	—	—
1,26	31	96,70	1120	31	1,26	0,1	3,10	0,31
1,53	62	93,63	1089	62	1,53	0,2	12,4	2,48
1,99	107	88,30	1027	107	1,99	0,3	31,2	9,63
2,51	128	79,10	920	128	2,51	0,4	51,2	20,18
3,16	94	68,09	792	94	3,16	0,5	47,0	23,50
3,98	99	60,01	698	99	3,98	0,6	59,4	35,64
5,01	107	51,50	599	107	5,01	0,7	74,9	52,43
6,31	114	42,30	492	114	6,31	0,8	91,2	72,96
7,94	96	32,50	378	96	7,94	0,9	86,4	77,76
10	82	24,24	282	82	10	1	82,0	82,00
12,6	83	17,19	200	83	12,6	1,1	91,3	100,43
15,8	72	10,06	117	72	15,8	1,2	86,4	103,63
19,9	33	3,86	45	33	19,9	1,3	42,9	55,77
25,1	4	1,03	12	4	25,1	1,4	5,6	7,84
31,6	8	0,68	8	8	31,6	1,5	12,0	18,00
39,8					39,8	1,6		
50,1					50,1	1,7		
63,1					63,1	1,8		
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
158					158	2,2		
199					199	2,3		
316					316	2,4		
398					398			

TABELA 13

1163 — — 775,2 663,01

1. MÉDIA GEOMÉTRICA - \bar{x}

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{775,2}{1163} = 0,6665 = \lg G$$

antilog $0,7165$ $\gamma = 0,52\%$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 663,04$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = -516,67$$

$$146,37 : 1163 \cdot 5,3 = 0,6667$$

$$\sigma^2 = 0,6667$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

$$\sigma = 0,8165$$

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \sigma = 0,7165$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = 0,1446$$

antilog $0,8611$ $m = 0,726\%$



INDÍCIO: LATÉXIS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM NIQUEL (Poços + Sondagem)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0	6	100	4444	6	1,0	0	—	—
1,26	—	99,86	4438	—	1,26	0,1	—	—
1,58	—	99,86	4438	—	1,58	0,2	—	—
1,99	15	99,86	4438	15	1,99	0,3	4,5	1,35
2,51	19	99,92	4423	19	2,51	0,4	7,6	3,04
3,16	6	99,09	4404	6	3,16	0,5	3,0	1,50
3,98	70	98,96	4398	70	3,98	0,6	42,0	25,20
5,01	41	97,38	4328	41	5,01	0,7	28,7	20,09
6,31	36	96,46	4287	36	6,31	0,8	28,8	23,04
7,94	145	95,65	4251	145	7,94	0,9	130,5	117,45
10	187	92,39	4106	187	10	1	187,0	187,00
12,6	151	88,18	3919	151	12,6	1,1	166,1	182,71
15,8	263	84,78	3768	263	15,8	1,2	315,6	378,72
19,9	451	78,87	3505	451	19,9	1,3	586,3	762,19
25,1	397	68,72	3054	397	25,1	1,4	555,8	778,12
31,6	368	59,78	2657	368	31,6	1,5	552,0	828,00
39,8	323	51,50	2289	323	39,8	1,6	516,8	826,88
50,1	336	44,23	1966	336	50,1	1,7	571,2	971,04
63,1	364	36,67	1630	364	63,1	1,8	655,2	1179,36
79,4	338	28,48	1266	338	79,4	1,9	642,2	1220,18
100	312	20,88	928	312	100	2	624,0	1248,00
126	262	13,86	616	262	126	2,1	550,2	1155,42
158	228	7,96	354	228	158	2,2	501,6	1103,52
199	93	2,83	126	93	199	2,3	213,9	441,97
251	22	0,74	33	22	251	2,4	52,8	126,72
316	11	0,24	11	11	316	2,5	27,5	68,75
		—	—	4444	—	—	6963,3	11799,8

TABELA 14

1. MÉDIA - δ

$$\frac{\sum nlgx}{N} = \frac{6.963,3}{4444} = 1,5668 = \lg G$$

antilog $1,6168$

$\delta = 0,41\%$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum nlgx^2 = 11.700,25$$

$$\sum nlg \cdot \lg G = -10.910,09 \quad N \downarrow$$

$$\frac{790,16}{4444 \cdot 5,3} = 0,9423$$

$$\sigma^2 = 0,9423$$

$$\sigma = 0,9707$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,6168$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = + 0,2044$$

antilog $1,8212$

m = 0,66%



INDÍCIO: LATERITAS NICUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: Ferro (Sondagem)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0					1,0	0		
1,26					1,26	0,1		
1,58					1,58	0,2		
1,99	1	100	955	1	1,99	0,3	0,3	0,09
2,51	2	99,89	954	2	2,51	0,4	0,8	0,32
3,16	1	99,68	952	1	3,16	0,5	0,5	0,25
3,98	8	99,58	951	8	3,98	0,6	4,8	2,88
5,01	15	98,74	943	15	5,01	0,7	10,5	7,35
6,31	57	97,17	928	57	6,31	0,8	45,6	36,48
7,94	141	94,20	871	141	7,94	0,9	126,9	114,21
10	162	76,47	730	162	10	1	162,0	162,00
12,6	154	59,47	568	154	12,6	1,1	169,4	186,74
15,8	67	43,35	414	67	15,8	1,2	80,4	96,48
19,9	66	36,33	347	66	19,9	1,3	85,8	111,54
25,1	73	29,42	281	73	25,1	1,4	102,2	143,08
31,6	115	21,78	208	115	31,6	1,5	172,5	258,75
39,8	68	9,73	93	68	39,8	1,6	108,8	174,08
50,1	24	2,61	25	24	50,1	1,7	40,8	69,36
63,1	1	0,10	1	1	63,1	1,8	1,8	3,24
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
158					158	2,2		
199					199	2,3		
		—	—	955	—	—	1.113,1	1366,45

TABELA 15

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{1113,1}{955} = 1,1655 \quad = \lg G$$

$$\text{antilog} \quad 1,2155$$

$$\delta = 16,42\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 1366,45$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = -1297,31 \quad \begin{matrix} N \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$69,14 : 955 \cdot 5,3 = 0,3831$$

$$\sigma^2 = 0,3831$$

$$\sigma = 0,6181$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,2155$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = 0,0831$$

$$\hline 1,2986$$

$$\text{antilog}$$

$$m = 19,88\%$$

INDÍCIO: LATERITAS NIQUELÍFERAS
AMOSTRAGEM: Ferro (Poços)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0					1,0	0		
1,26					1,26	0,1		
1,58					1,58	0,2		
1,99					1,99	0,3		
2,51					2,51	0,4		
3,16					3,16	0,5		
3,98					3,98	0,6		
5,01					5,01	0,7		
6,31					6,31	0,8		
7,94	9			9	7,94	0,9	8,1	7,29
10	33	100	407	33	10	1	33,0	33,00
12,6	51	97,78	398	51	12,6	1,1	56,1	61,71
15,8	47	89,68	365	47	15,8	1,2	56,4	67,68
19,9	45	77,14	314	45	19,9	1,3	58,5	76,05
25,1	44	65,60	267	44	25,1	1,4	61,6	86,24
31,6	67	54,54	222	67	31,6	1,5	100,5	150,75
39,8	85	43,73	178	85	39,8	1,6	136,0	217,60
50,1	26	27,27	111	26	50,1	1,7	44,2	75,14
63,1		6,38	26		63,1	1,8		
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
158					158	2,2		
199					199	2,3		
		—	—	407	—	—	554,4	775,46

TABELA 16

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{554,4}{407} = 1,3621$$

= lg G

antilg

1,4121

$\delta = 25,83\%$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 775,46$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = -755,14$$

N
↓

$$20,32 : 407 \cdot 5,3 = 0,2644$$

$$\sigma^2 = 0,2644$$

$$\sigma = 0,5141$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\begin{array}{r} \lg \delta = 1,4121 \\ + 0,217 \frac{\sigma^2}{\sigma} = 0,0573 \\ \hline \end{array}$$

antilg

1,4694

m = 29,47%



INDÍCIO: LATERITAS NICUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: Ferro (Sondagem + Poços)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0					1,0	0		
1,26					1,26	0,1		
1,58					1,58	0,2		
1,99	1	100	1362	1	1,99	0,3	0,3	0,09
2,51	2	99,92	1361	2	2,51	0,4	0,8	0,32
3,16	1	99,77	1359	1	3,16	0,5	0,5	0,25
3,98	8	99,70	1358	8	3,98	0,6	4,8	2,88
5,01	15	99,11	1350	15	5,01	0,7	10,5	7,35
6,31	57	98,01	1335	57	6,31	0,8	45,6	36,48
7,94	150	93,83	1278	150	7,94	0,9	135,0	121,50
10	195	82,81	1128	195	10	1	195,0	195,00
12,6	205	68,50	933	205	12,6	1,1	225,5	248,05
15,8	114	53,45	728	114	15,8	1,2	136,8	164,16
19,9	111	45,08	614	111	19,9	1,3	144,3	187,59
25,1	117	36,93	507	117	25,1	1,4	163,8	229,32
31,6	182	28,34	386	182	31,6	1,5	273,0	409,50
39,8	153	14,97	204	153	39,8	1,6	244,8	391,68
50,1	50	3,74	51	50	50,1	1,7	85,0	144,50
63,1	1	0,07	1	1	63,1	1,8	1,8	3,21
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
158					158	2,2		
199					199	2,3		
		—	—	1362	—	—	1667,5	2141,91

TABELA 17

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{1667,5}{1362} = 1,2243 \quad = \lg G$$

$$\text{antilg} \quad \underline{+ 0,05} \quad 1,2743$$

$$\delta = 18,80\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 2141,91$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = \underline{-2041,52} \quad \begin{matrix} N \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$100,39 : 1362 \cdot 5,3 = 0,3906$$

$$\sigma^2 = 0,3906$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

$$\sigma = 0,6249$$

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,2743$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = \underline{+ 0,0647}$$

$$\text{antilg} \quad 1,339$$

$$m = 21,83\%$$

INDÍCIO: LATERITAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: Magnésio (Sondagem)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0					1,0	0		
1,26					1,26	0,1		
1,58					1,58	0,2		
1,99					1,99	0,3		
2,51					2,51	0,4		
3,16					3,16	0,5		
3,98					3,98	0,6		
5,01	1	100	277	1	5,01	0,7	0,7	0,49
6,31	—	99,63	276	—	6,31	0,3	—	—
7,94	6	99,63	276	6	7,94	0,9	5,4	4,86
10	9	97,47	270	9	10	1	9,0	9,00
12,6	4	94,22	261	4	12,6	1,1	4,4	4,84
15,8	14	92,77	257	14	15,8	1,2	16,8	20,16
19,9	40	87,72	243	40	19,9	1,3	52,0	67,20
25,1	37	73,28	203	37	25,1	1,4	51,8	72,52
31,6	35	59,92	166	35	31,6	1,5	52,5	78,75
39,8	16	47,29	131	16	39,8	1,6	25,6	40,96
50,1	11	41,51	115	11	50,1	1,7	18,7	31,79
63,1	9	37,54	104	9	63,1	1,8	16,2	29,16
79,4	14	34,29	95	14	79,4	1,9	26,6	50,54
100	26	29,24	81	26	100	2	52,0	104,00
126	36	19,85	55	36	126	2,1	75,6	158,76
158	19	6,85	19	19	158	2,2	41,8	41,96
199					199	2,3		
		—	—	277	—	—	449,10	764,99

TABELA 18

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{449,1}{277} = 1,6212$$

= lg G

antilg

$$+ 0,05$$

$$1,6712$$

$$\delta = 4,69\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 764,99$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = - 728,08$$

N
↓

$$\frac{36,91}{277} \cdot 5,3 = 0,7059$$

$$\sigma^2 = 0,7059$$

$$\sigma = 0,8401$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,6712$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = 0,1531$$

antilg

$$1,8243$$

$$m = 6,67\%$$

INDÍCIO: LATERITAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: Magnésio (Poços)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0	2	100	276	2	1,0	0	—	—
1,26	—	99,27	274	—	1,26	0,1	—	—
1,58	—	99,27	274	—	1,53	0,2	—	—
1,99	3	99,27	274	3	1,99	0,3	0,9	0,27
2,51	14	98,18	271	14	2,51	0,4	5,6	2,24
3,16	1	93,11	257	1	3,16	0,5	0,5	0,25
3,98	26	92,75	256	26	3,98	0,6	15,6	9,36
5,01	12	83,33	230	12	5,01	0,7	8,4	5,88
6,31	21	78,98	218	21	6,31	0,8	16,8	13,44
7,94	27	71,37	197	27	7,94	0,9	24,3	21,87
10	23	61,59	170	23	10	1	23,0	23,00
12,6	15	53,26	147	15	12,6	1,1	16,5	18,15
15,8	17	47,82	132	17	15,8	1,2	20,4	24,48
19,9	18	41,66	115	18	19,9	1,3	23,4	30,42
25,1	14	35,14	97	14	25,1	1,4	19,6	27,44
31,6	15	30,07	83	15	31,6	1,5	22,5	33,75
39,8	6	24,63	68	6	39,8	1,6	9,6	15,36
50,1	5	22,46	62	5	50,1	1,7	8,5	14,45
63,1	10	20,65	57	10	63,1	1,8	18,0	32,40
79,4	11	17,02	47	11	79,4	1,9	20,9	39,71
100	6	13,04	36	6	100	2	12,0	24,00
126	14	10,86	30	14	126	2,1	29,4	61,74
158	15	5,79	16	15	158	2,2	33,0	72,60
199	1	0,36	1	1	199	2,3	2,3	5,29
		—	—	276	—	—	331,2	476,10

TABELA 19

1. MEDIANA - δ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{331,2}{276} = 1,20 \quad = \lg G$$

antilog $1,25$

$\delta = 17,78\%$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 476,10$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = -397,44 \quad \begin{matrix} N \\ \downarrow \end{matrix}$$

$$78,66 : 276 \cdot 5,3 = 1,5105$$

$$\sigma^2 = 1,5105$$

$$\sigma = 1,229$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \delta = 1,25$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = + 0,3277$$

antilog $1,5777$

m = 37,81%

INDÍCIO: LATERITAS NIQUELÍFERAS
 AMOSTRAGEM: Magnésio (Sondagem + Poços)

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0	2	100	553	2	1,0	0	—	—
1,26	—	99,63	551	—	1,26	0,1	—	—
1,58	—	99,63	551	—	1,58	0,2	—	—
1,99	3	99,63	551	3	1,99	0,3	0,9	0,27
2,51	14	99,09	548	14	2,51	0,4	5,6	2,24
3,16	1	96,56	534	1	3,16	0,5	0,5	0,25
3,98	27	96,38	533	27	3,98	0,6	16,2	9,72
5,01	12	91,50	506	12	5,01	0,7	8,4	5,88
6,31	21	89,33	494	21	6,31	0,8	16,8	13,44
7,94	33	85,53	473	33	7,94	0,9	29,7	26,73
10	32	79,56	440	32	10	1	32,0	32,00
12,6	19	73,77	408	19	12,6	1,1	20,9	22,99
15,8	31	70,34	389	31	15,8	1,2	37,2	44,64
19,9	58	64,73	358	58	19,9	1,3	75,4	98,02
25,1	51	54,24	300	51	25,1	1,4	71,4	99,96
31,6	50	45,02	249	50	31,6	1,5	75,0	112,50
39,8	22	35,98	199	22	39,8	1,6	35,2	56,32
50,1	16	32,00	177	16	50,1	1,7	27,2	46,24
63,1	19	29,11	161	19	63,1	1,8	34,2	61,56
79,4	25	25,67	142	25	79,4	1,9	47,5	90,25
100	32	21,15	117	32	100	2	64,0	128,00
126	50	15,37	85	50	126	2,1	105,0	220,50
158	34	6,32	35	34	158	2,2	74,8	164,56
199	1	0,18	1	1	199	2,3	2,3	5,29
		—	—	553	—	—	780,20	1241,36

TABELA 20

1. MEDIANA - γ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{780,20}{553} = 1,4108 \quad = \lg G$$

$$+ 0,05$$

antilog $1,4608$

$\gamma = 2,889\%$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 1241,36$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = -1100,70 \quad N \downarrow$$

$$140,66 : 553 \cdot 5,3 = 1,3477$$

$$\sigma^2 = 1,3477$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

$$\sigma = 1,1609$$

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \sigma = 1,4608$$

$$+ 0,217 \sigma^2 = 0,2924$$

antilog $1,7532$

$m = 5,66\%$

INDÍCIO: MORRO DO ENGENHO
 AMOSTRAGEM: ANÁLISES QUANTITATIVAS DE NÍQUEL

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0					1,0	0		
1,26					1,26	0,1		
1,58					1,58	0,2		
1,99					1,99	0,3		
2,51					2,51	0,4		
3,16					3,16	0,5		
3,98	21	100	558	21	3,98	0,6	12,6	7,56
5,01	85	96,23	537	85	5,01	0,7	59,5	41,65
6,31	114	81,00	452	114	6,31	0,8	91,2	72,96
7,94	121	60,57	338	121	7,94	0,9	108,9	98,01
10	129	38,88	217	129	10	1	129,0	129,00
12,6	53	15,77	88	53	12,6	1,1	58,3	64,13
15,8	25	6,27	35	25	15,8	1,2	30,0	36,00
19,9	5	1,79	10	5	19,9	1,3	6,5	8,45
25,1	3	0,89	5	3	25,1	1,4	4,2	5,88
31,6	2	0,35	2	2	31,6	1,5	3,0	4,50
39,8					39,8	1,6		
50,1					50,1	1,7		
63,1					63,1	1,8		
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
199					199	2,2		
251					251	2,3		
				558			503,20	463,14

TABELA 21

1. MEDIANA - γ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{503,20}{558} = 0,9017 \quad = \lg G$$

$$+ \frac{0,05}{2}$$

$$0,9517$$

antilog

$$\gamma = 0,89474\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 468,14$$

$$\sum n \lg \cdot \lg G = -453,14 \quad N$$

$$\frac{14,40}{558} \cdot 5,3 = 0,1367$$

$$\sigma^2 = 0,1367$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

$$\sigma = 0,3697$$

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \gamma =$$

$$+ 0,217 \frac{\sigma^2}{2} =$$

antilog

$m =$

INDÍCIO: MORRO DO ENGENHO
 AMOSTRAGEM: ANÁLISES SEMIQUANTITATIVAS DE NÍQUEL

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0					1,0	0		
1,26					1,26	0,1		
1,58					1,53	0,2		
1,99					1,99	0,3		
2,51					2,51	0,4		
3,16					3,16	0,5		
3,98	4	100	557	4	3,98	0,6	2,4	1,44
5,01	42	99,28	553	42	5,01	0,7	29,4	20,58
6,31	98	91,74	511	98	6,31	0,8	78,4	62,72
7,94	129	74,14	413	129	7,94	0,9	116,1	104,49
10	91	50,98	284	91	10	1	91,0	91,00
12,6	97	34,64	193	97	12,6	1,1	116,7	117,37
15,8	55	17,23	96	55	15,8	1,2	66,0	79,20
19,9	32	7,36	41	32	19,9	1,3	41,6	54,08
25,1	4	1,61	9	4	25,1	1,4	5,6	7,84
31,6	5	0,89	5	5	31,6	1,5	7,5	11,25
39,8					39,8	1,6		
50,1					50,1	1,7		
63,1					63,1	1,8		
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
199					199	2,2		
251					251	2,3		
				557			544,7	549,97

TABELA 22

1. MEDIANA - γ

$$\frac{\sum n \lg x}{N} = \frac{544,7}{557} = 0,9779 = \lg G$$

$$+ \frac{0,05}{2}$$

$$1,0279$$

antilg

$$\gamma = 1.06635\%$$

2. VARIÂNCIA - σ^2

$$\sum n \lg x^2 = 549,97$$

$$\sum n \lg . \lg G = - 532,66$$

$$\frac{17,31}{557} = 0,0311$$

$$\frac{N}{2} = 557 \cdot 0,5 = 278,5$$

$$\sigma^2 = 0,1643$$

$$\sigma = 0,4053$$

3. DESVIO PADRÃO - σ

4. MÉDIA ARITMÉTICA - m

$$\lg \gamma =$$

$$+ 0,217 \frac{\sigma^2}{\sigma} =$$

antilg

m =

INDÍCIO: MORRO DO ENGENHO
 AMOSTRAGEM: RELAÇÃO ANÁLISES SEMIQUANTITATIVAS/QUANTITATIVAS

Interv. das Classes	Nº obs. por classe	%	f Acum.	n	x	lgx	nlgx	nlgx ²
1,0					1,0	0		
1,26					1,26	0,1		
1,58					1,58	0,2		
1,99					1,99	0,3		
2,51					2,51	0,4		
3,16					3,16	0,5		
3,98					3,98	0,6		
5,01					5,01	0,7		
6,31	2	100	557	2	6,31	0,3	1,6	1,28
7,94	22	99,64	555	22	7,94	0,9	19,8	17,82
10	402	95,69	533	402	10	1	402,0	402,00
12,6	122	23,51	131	122	12,6	1,1	134,2	147,62
15,8	7	1,61	9	7	15,8	1,2	8,4	10,08
19,9	2	0,35	2	2	19,9	1,3	2,6	3,38
25,1					25,1	1,4		
31,6					31,6	1,5		
39,8					39,8	1,6		
50,1					50,1	1,7		
63,1					63,1	1,8		
79,4					79,4	1,9		
100					100	2		
126					126	2,1		
199					199	2,2		
251					251	2,3		
				557			568,6	582,8

TABELA 23

PAPEL GAUSSLOGARÍTMICO

Exemplo de Construção da Reta de Henri

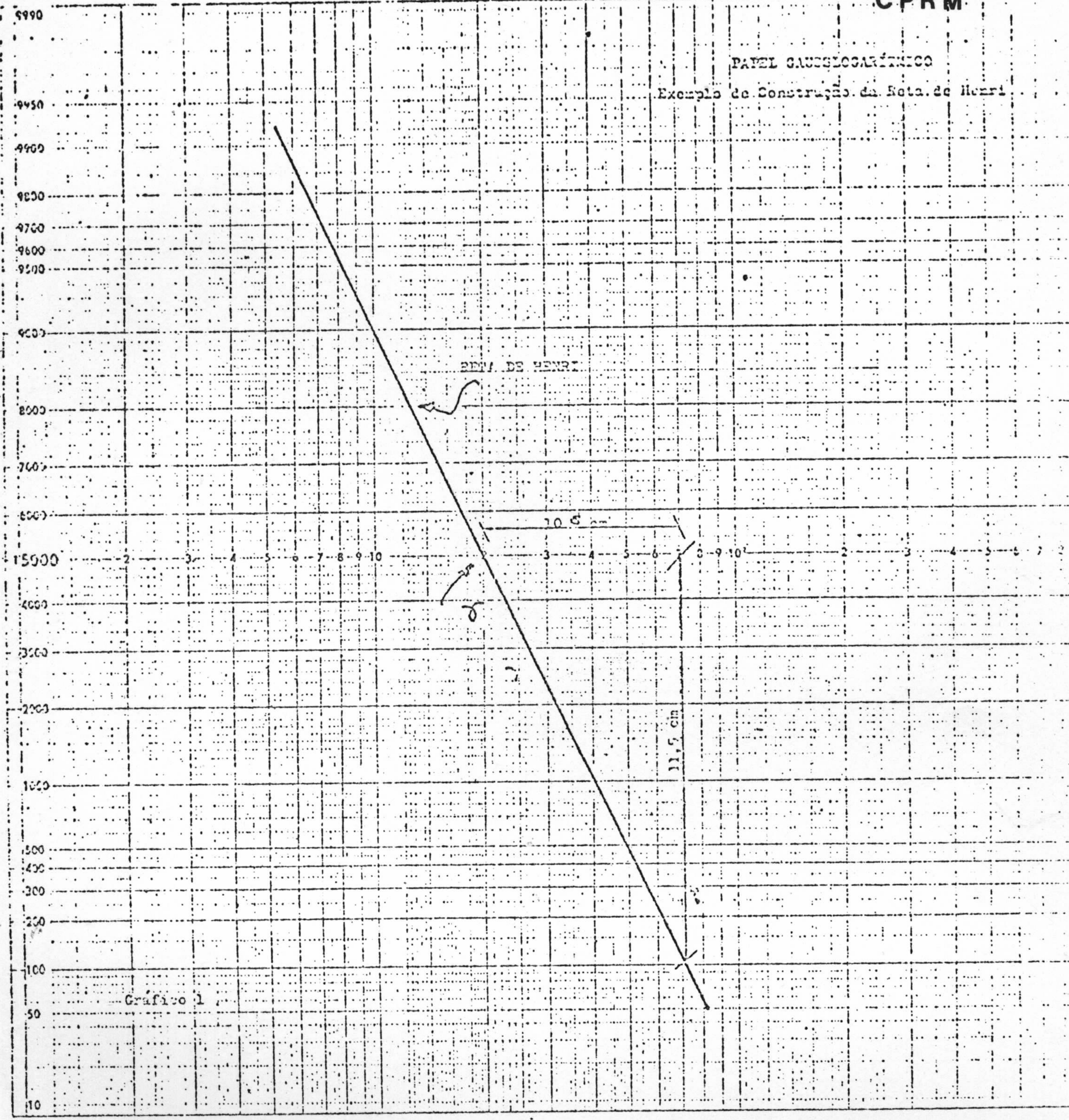


Gráfico 1

Nº 143

CHAMINÉ DE CALIBRE
(Área II)
Uranometria de Solo

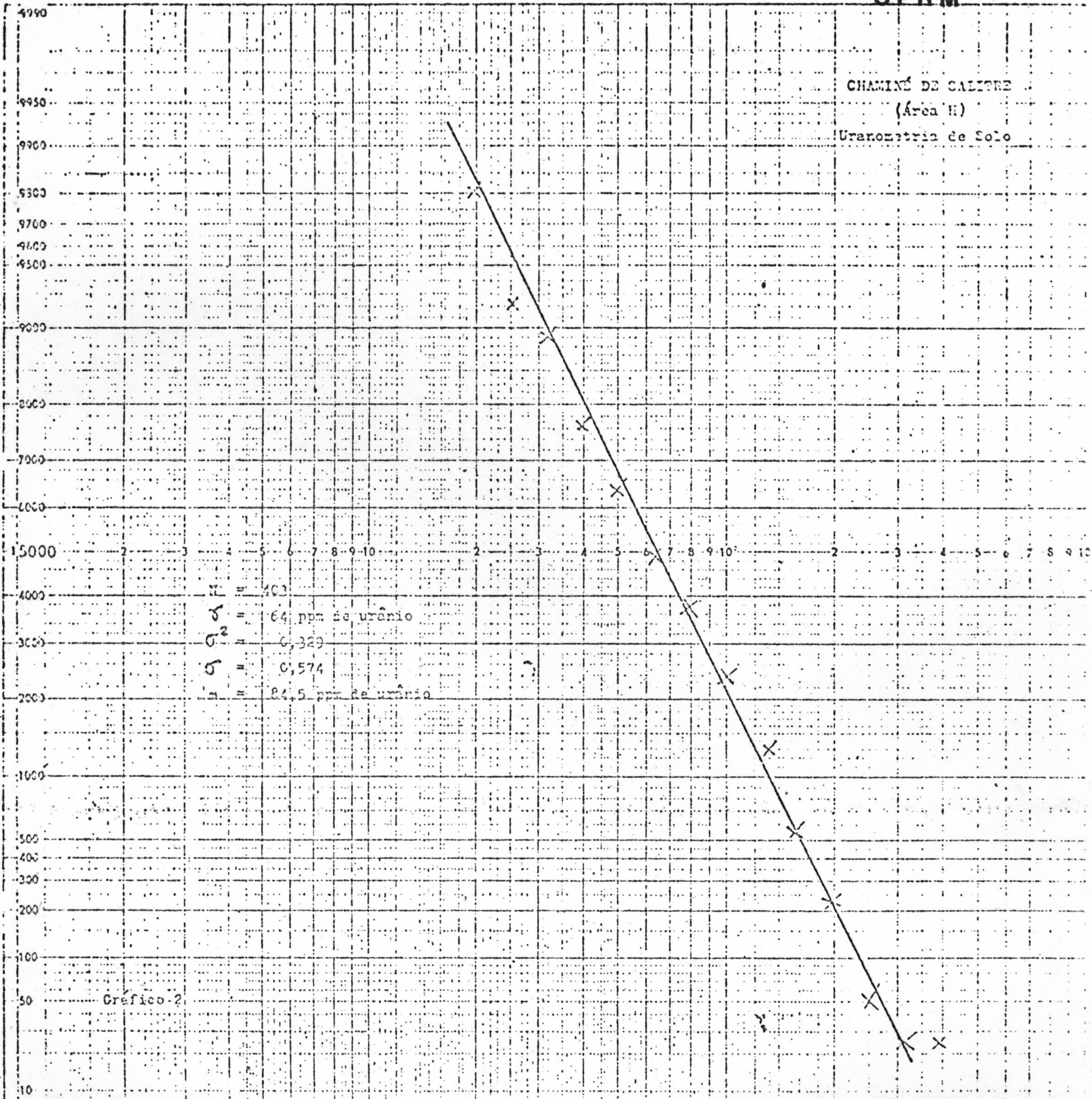


Gráfico-2

196

CONCENTRADOS DE PIRACICORO

Araxá

$\frac{200^2}{0^3}$

$N = 185$
 $\sigma_1 = 0,483\%$
 $\sigma_2 = 0,013$
 $\sigma_3 = 0,115$
 $\sigma_4 = 0,486\%$

$\frac{173^2}{0^3}$

$N = 173$
 $\sigma_1 = 0,033\%$
 $\sigma_2 = 0,0567$
 $\sigma_3 = 0,233$
 $\sigma_4 = 0,0340\%$

$\frac{200^2}{0^3}$

$N = 176$
 $\sigma_1 = 1,603$
 $\sigma_2 = 0,0446$
 $\sigma_3 = 0,215$
 $\sigma_4 = 2,531$

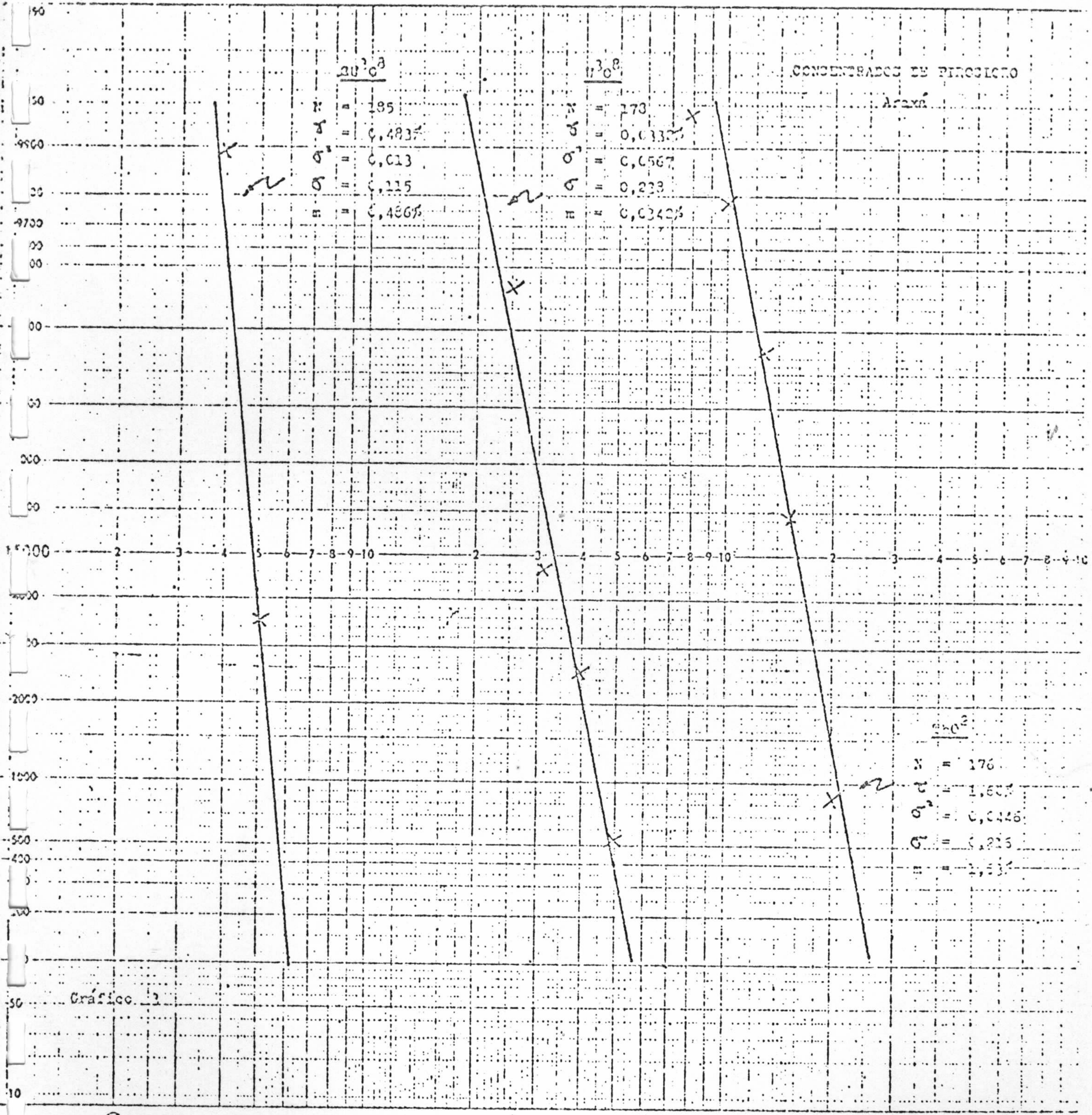
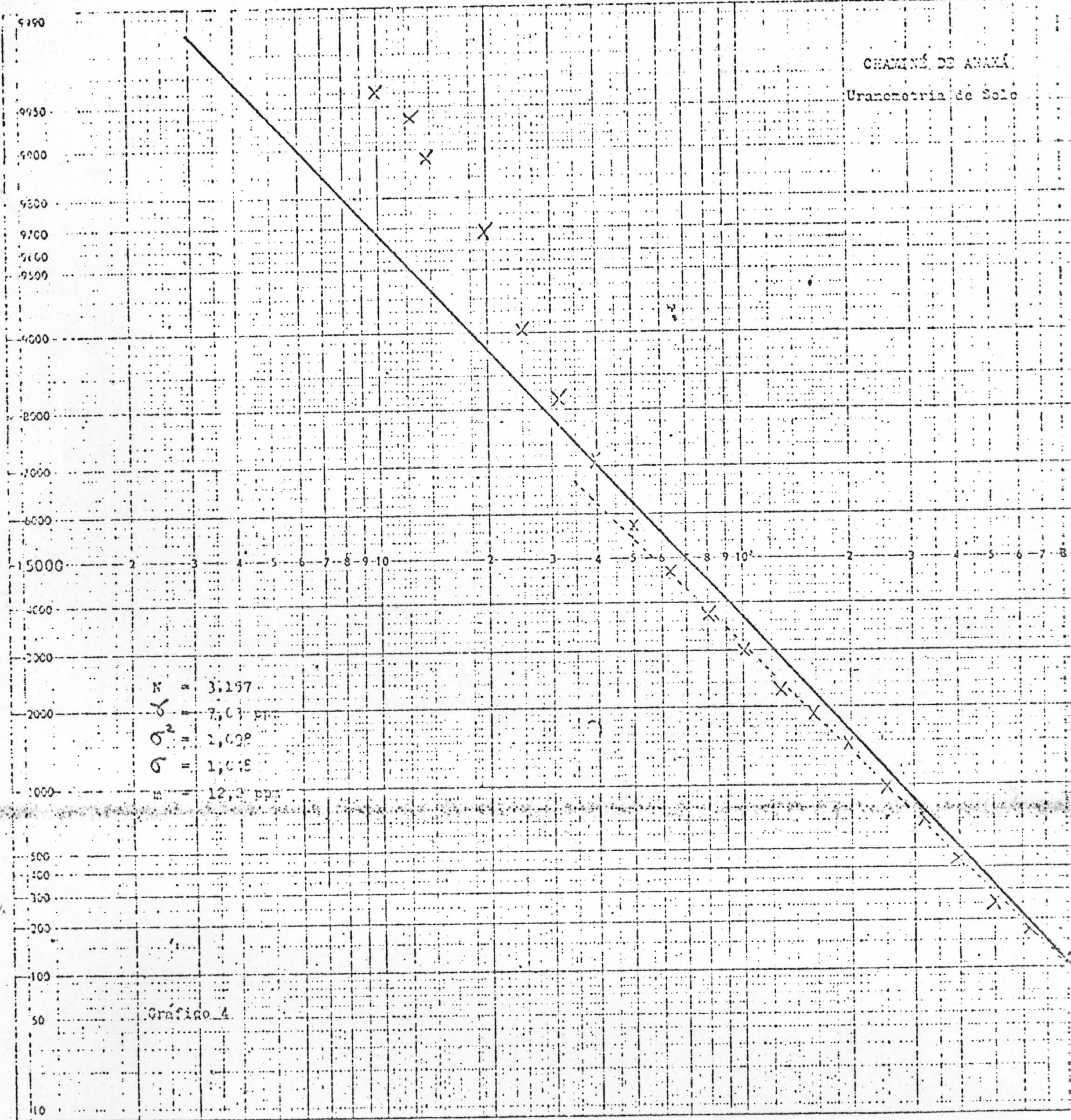


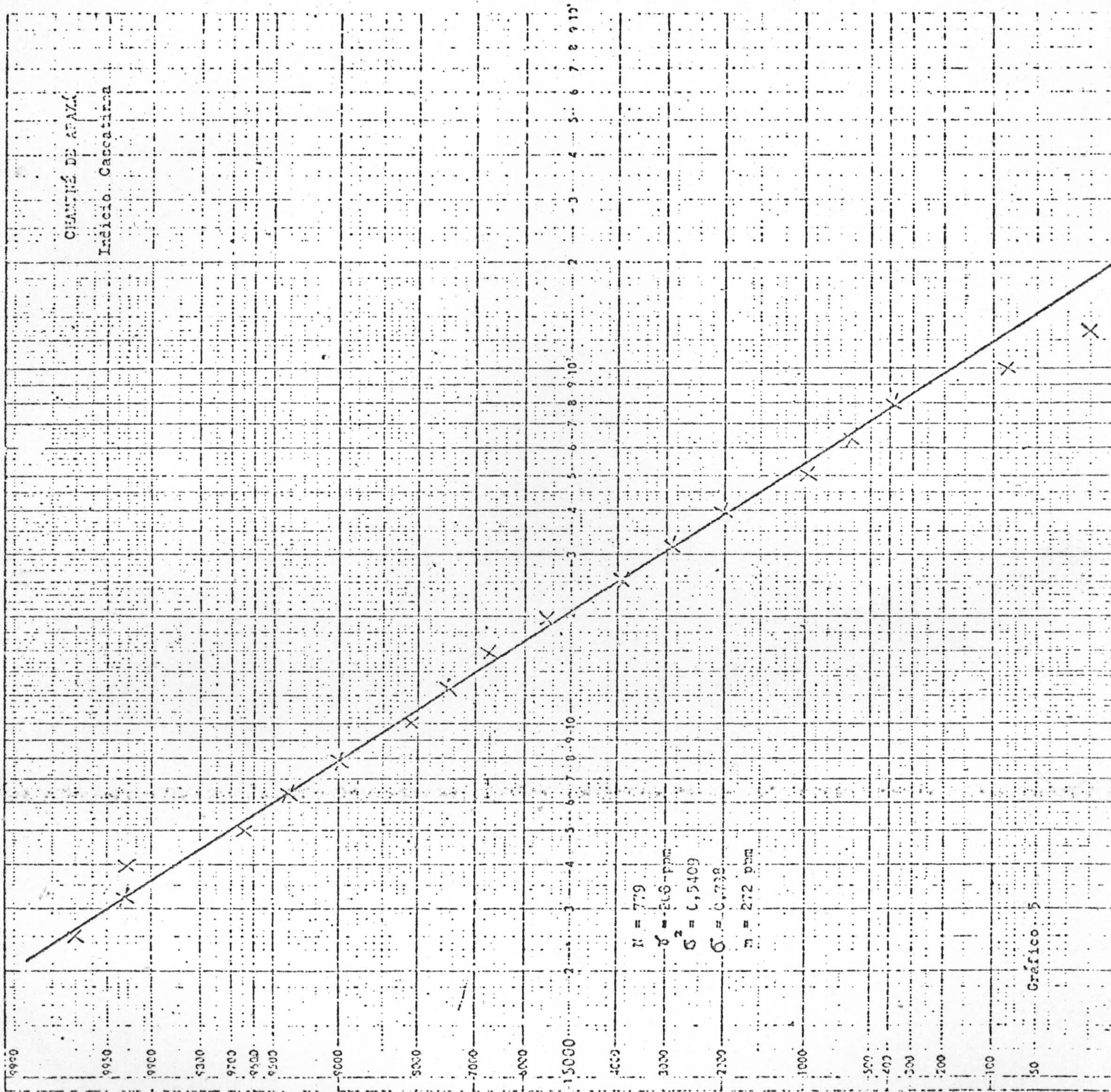
Gráfico 3

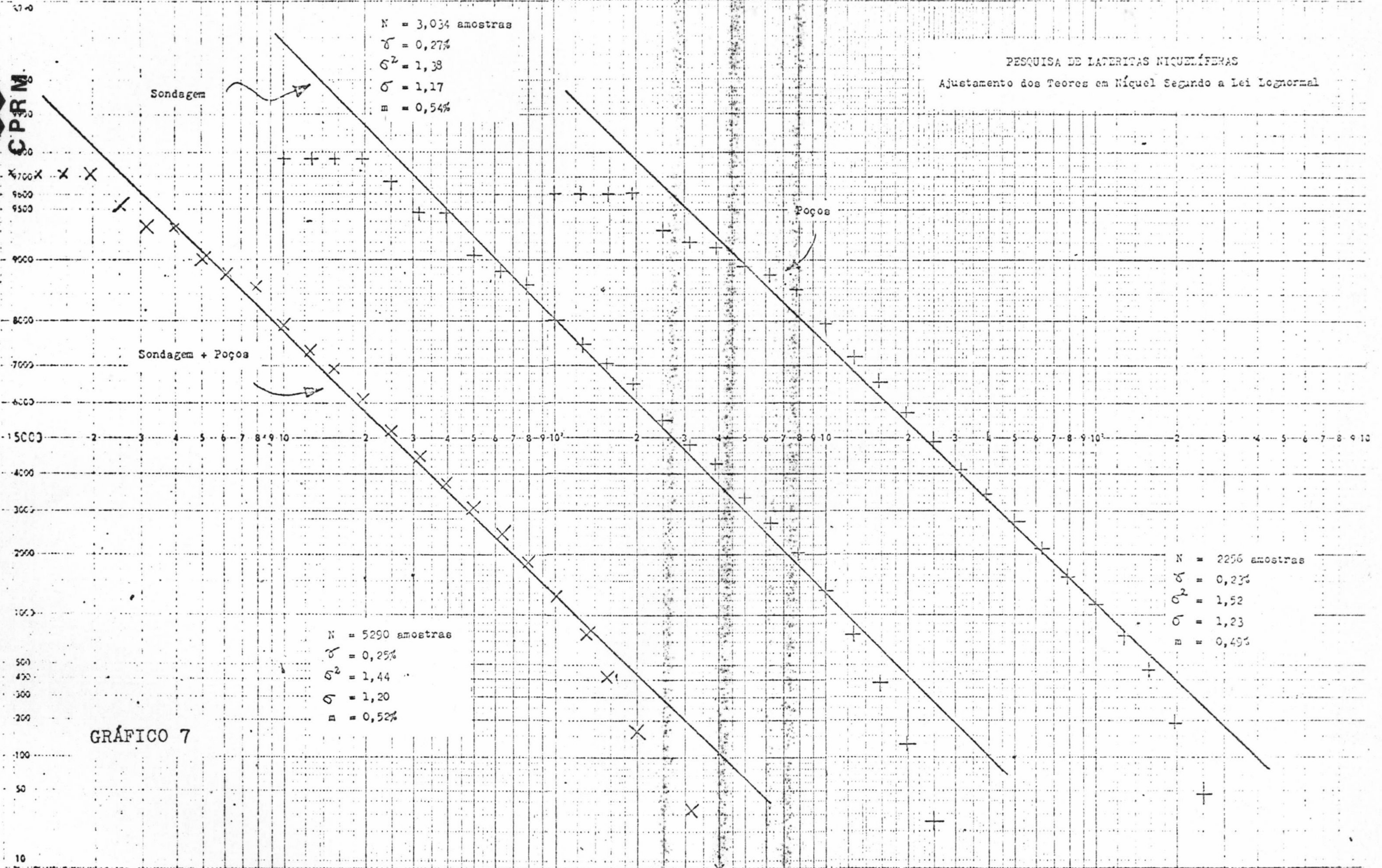
173



CHAMINÉ DE ANAXÍ
Uranometria de Solo









PESQUISA DE LATERITAS NIQUELÍFERAS
Ajustamento dos Teores em Níquel Segundo a Lei Lognormal

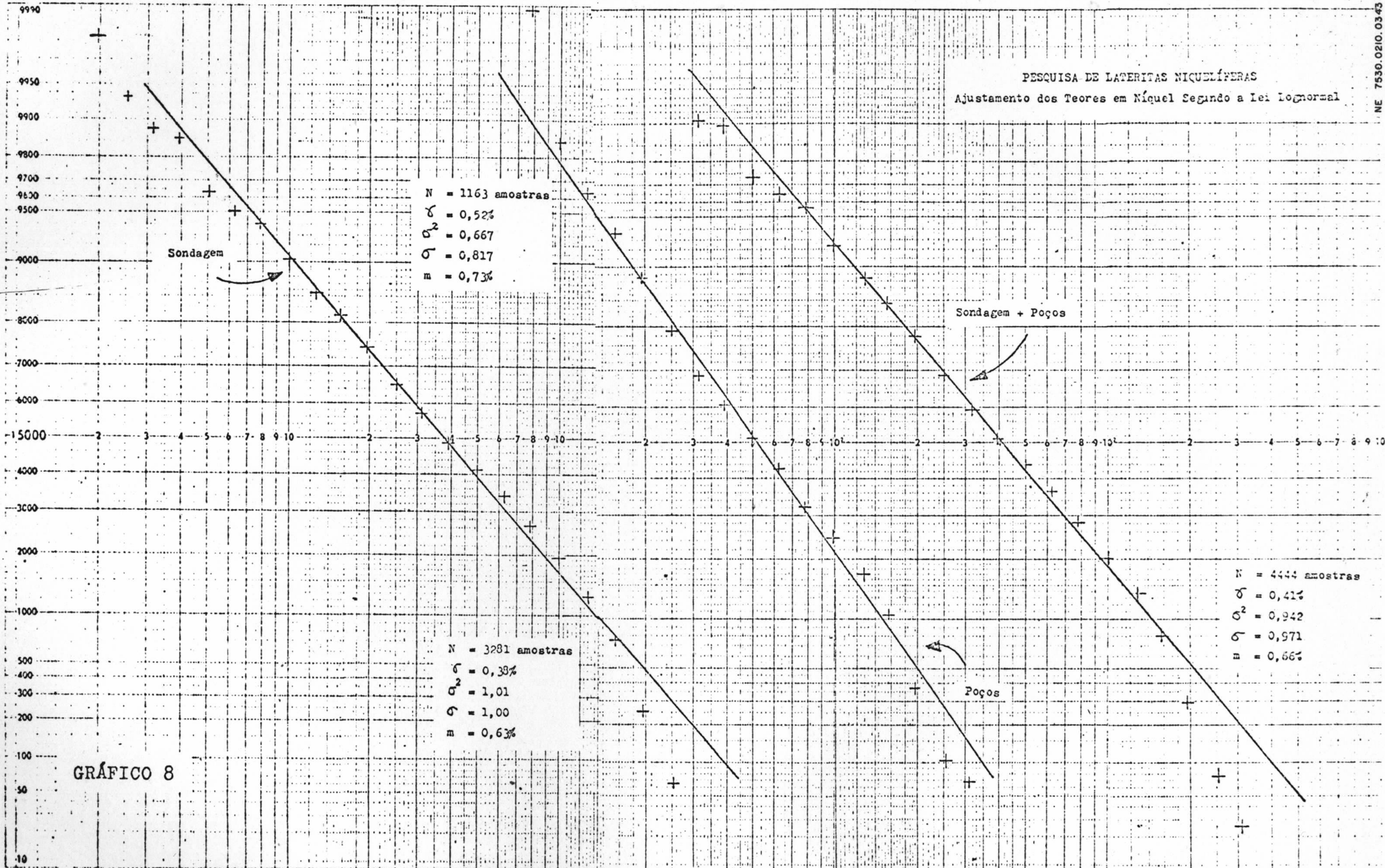


GRÁFICO 8

Nº 198

Nº 198

PESQUISA DE LATERITAS NIQUELÍFERAS
Ajustamento dos Teores em Níquel Segundo a Lei Lognormal

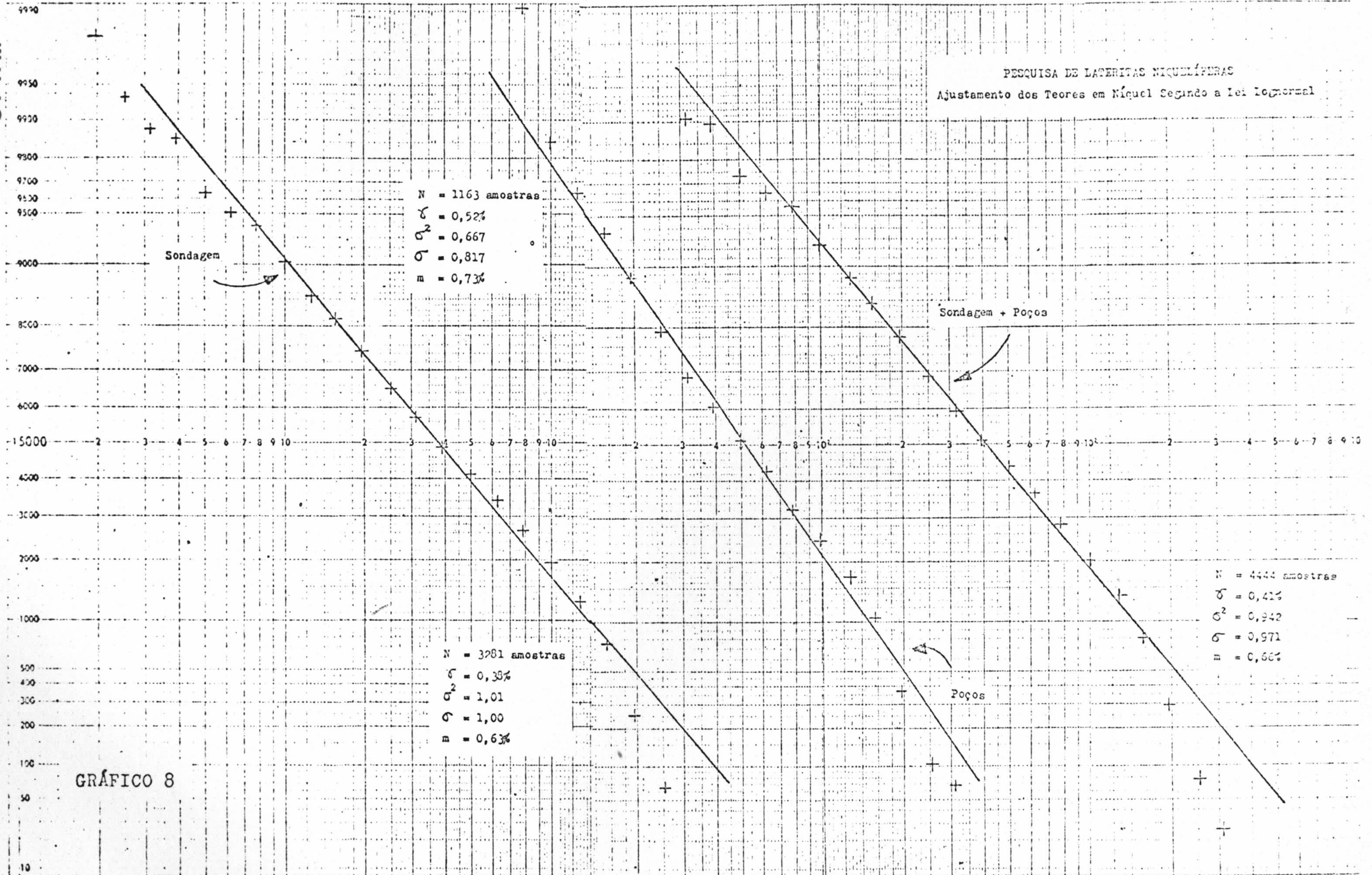


GRÁFICO 8

Nº 198

Nº 198

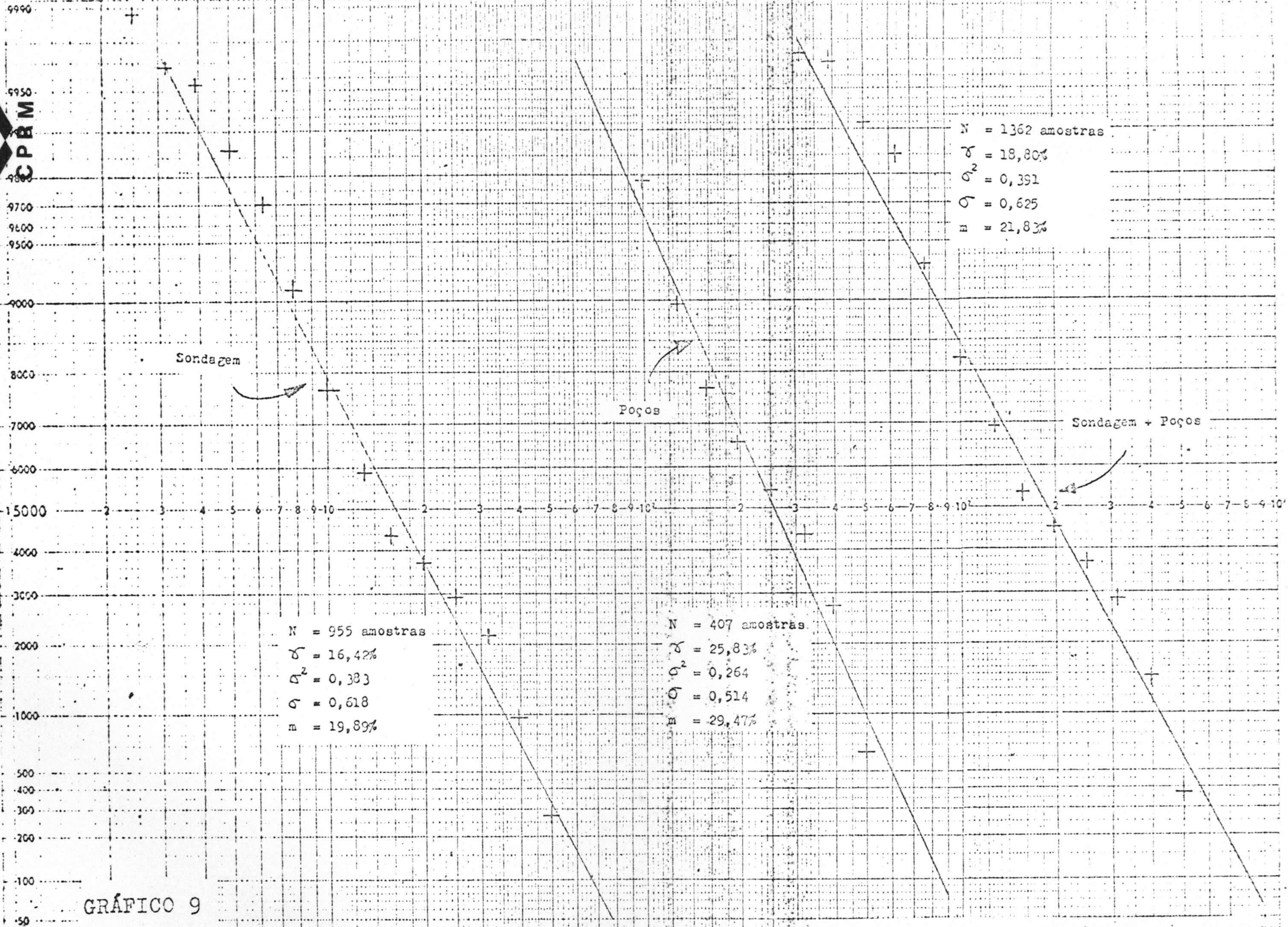


GRÁFICO 9

PESQUISA DE LATERITAS NICUELÍFERAS
Ajustamento dos Teores em Ferro Segundo a Lei Lognormal



PESQUISA DE LATERITAS NIQUELÍFERAS
Ajustamento dos Teores em Magnésio Segundo a Lei Lognormal

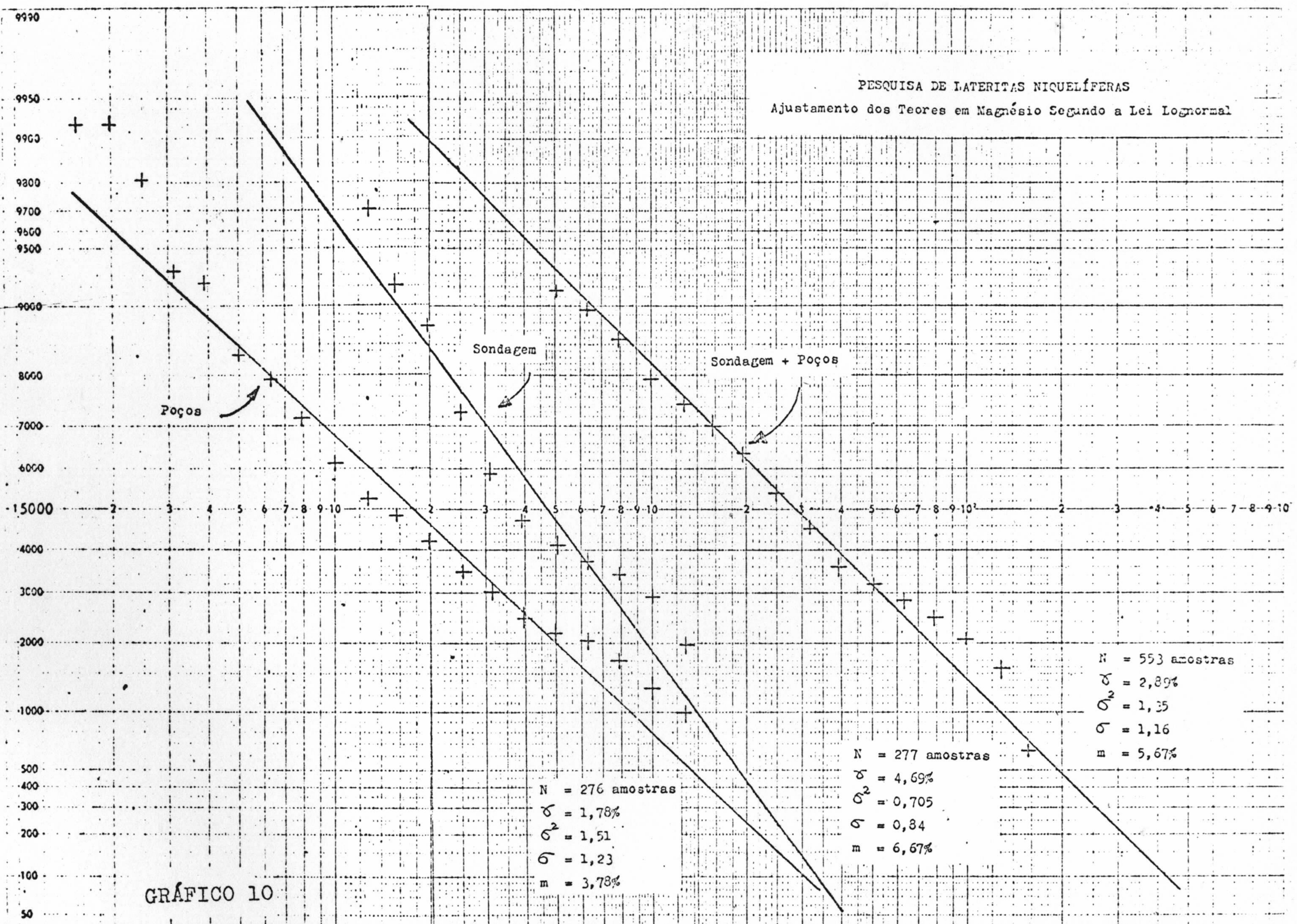


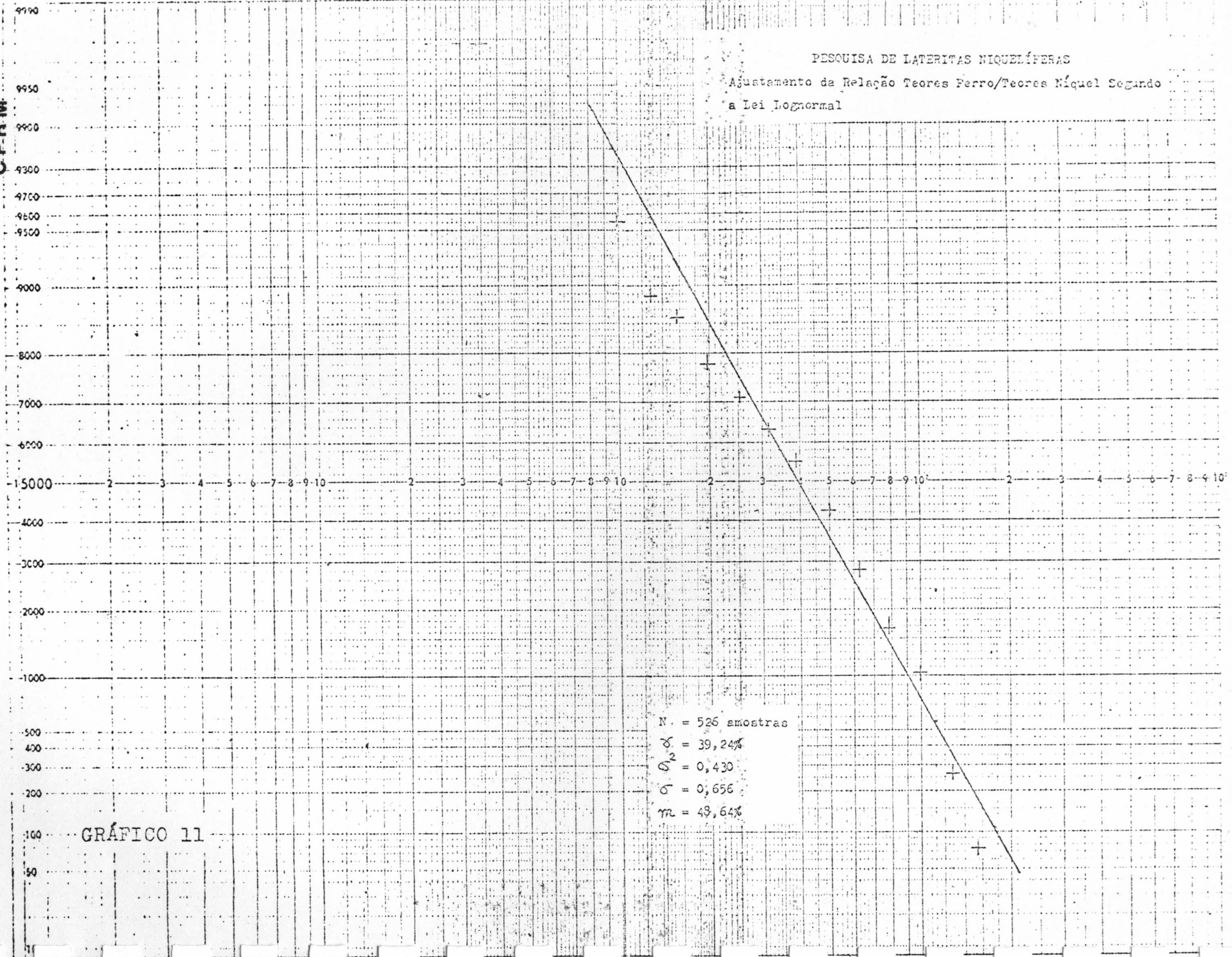
GRÁFICO 10



C.P.R.M.

PESQUISA DE LATERITAS NIQUELÍFERAS

Ajustamento da Relação Teores Ferro/Teores Níquel Segundo a Lei Lognormal



$N = 526$ amostras
 $\bar{x} = 39,24\%$
 $\sigma^2 = 0,430$
 $\sigma = 0,656$
 $\mu = 48,64\%$

GRÁFICO 11

RECURSOS DE IATERITAS NIQUELÍFERAS
CORRELAÇÃO FERRO-NÍQUEL

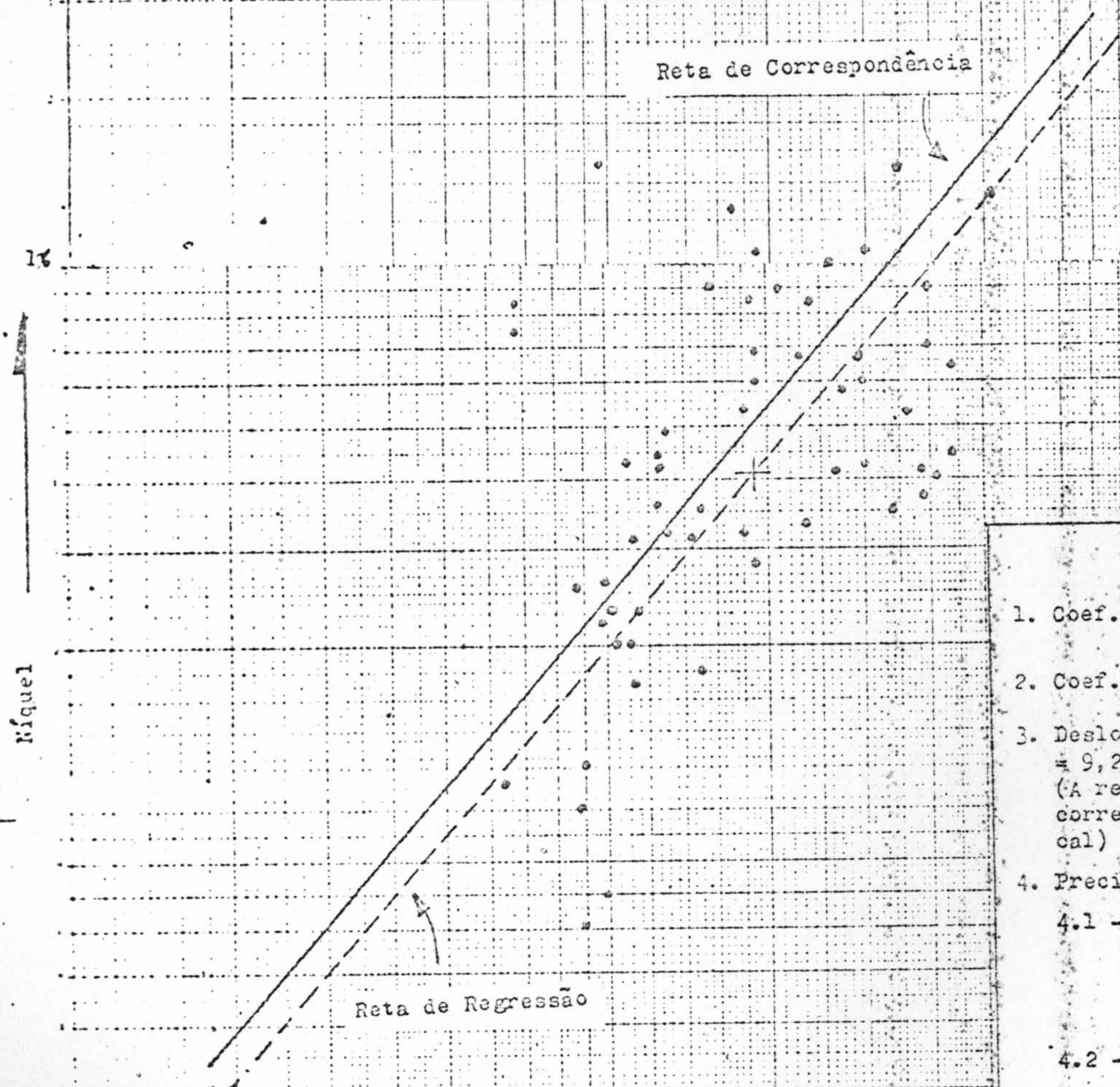


GRÁFICO 12

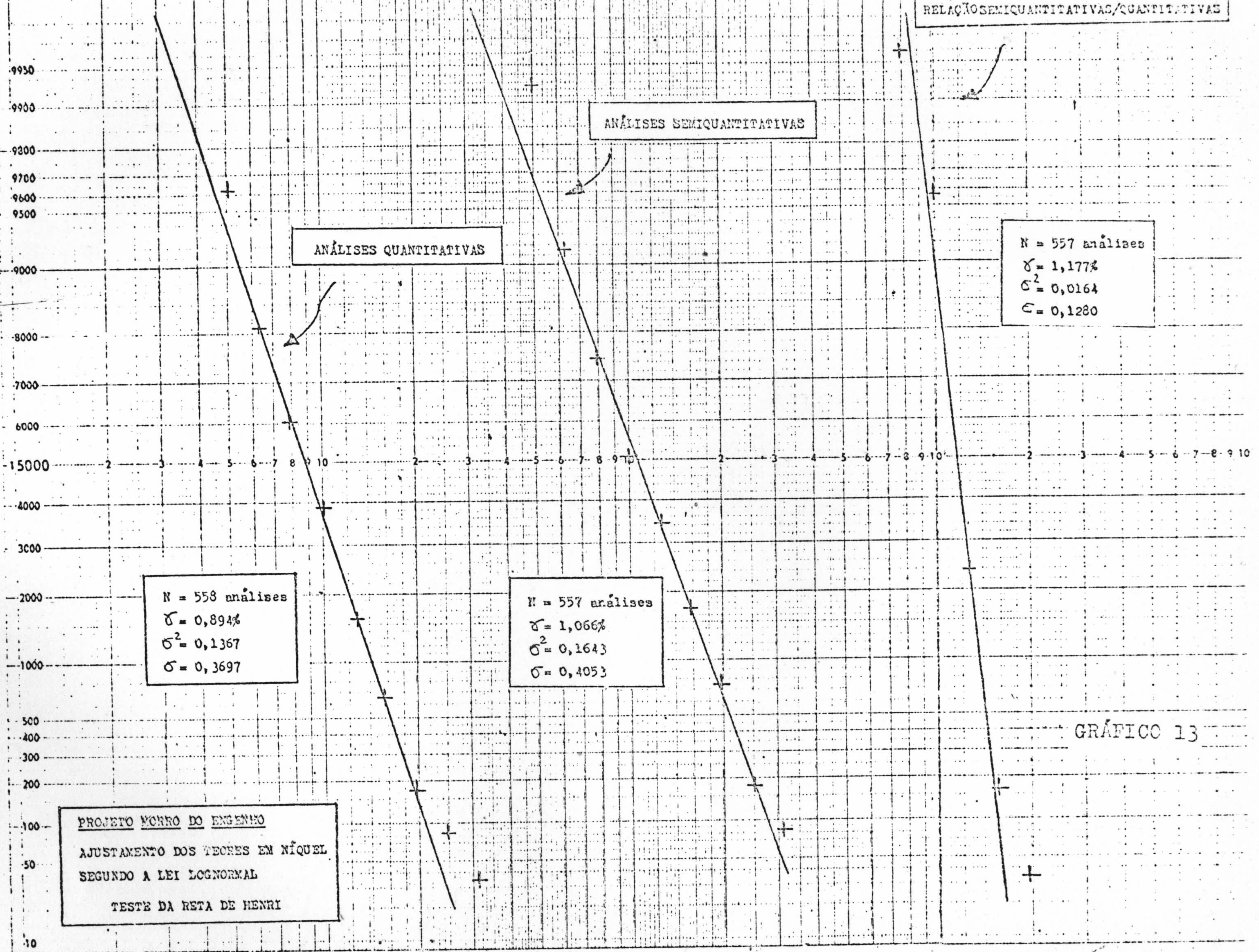
CÁLCULO DA RETA

1. Coef. de correlação: $r = \frac{\sigma_{Ni}^2 + \sigma_{Fe}^2 - \sigma_{NiFe}^2}{2 \cdot \sigma_{Ni} \cdot \sigma_{Fe}} = 0,74$
2. Coef. Angular: $p = \frac{\sigma_{Ni}}{\sigma_{Fe}} \cdot r = 1,15$
3. Deslocamento: $d = 0,434 \times \sigma_{Ni}^2 (1 - r^2) \cdot 100/2 = 9,24 \text{ mm}$
(A reta de regressão é paralela à reta de correspondência e distante 9,24 mm na vertical)
4. Precisão da Reta
 - 4.1 - Para um valor

$$\sigma_w = \pm \sqrt{\sigma^2 Ni (1 - r^2)} = \pm 0,65$$
 Nível 68% $\sigma_w = \pm 65\%$
 - 4.2 - Para a média

$$\sigma_w = \pm \sqrt{\frac{2}{N} Ni (1 - r^2) + \frac{1}{2} \sigma_{Ni}^4 (1 - r^4)}$$

$$= \pm 0,038$$
 Nível 68% $\sigma_w = \pm 3,8\%$
 Nível 95% $2 \sigma_w = \pm 7,6\%$



ANÁLISES QUANTITATIVAS

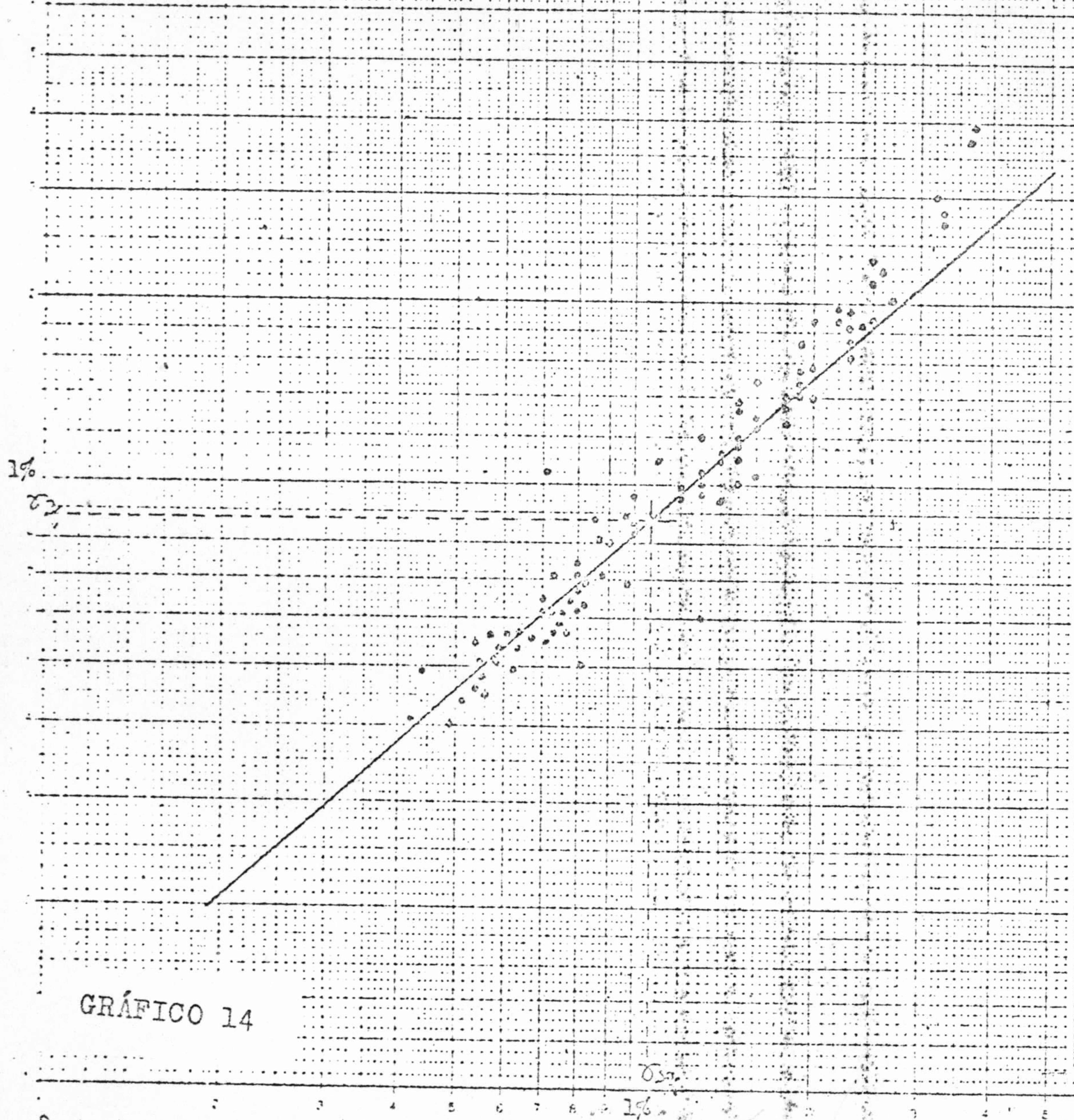


GRÁFICO 14

CÁLCULO DA RETA

1. Coef. Correlação: $r = \frac{\sigma_{xy}^2 + \sigma_x^2 - \sigma_y^2}{2 \sigma_x \sigma_y} =$

$\frac{0,2846}{0,2996} = 0,9499$

2. Coef. Angular: $p = \frac{\sigma_{xy}}{\sigma_x} \cdot r = \frac{0,3511}{0,4053} = 0,866$

3. Deslocamento: $d = 0,434 \sigma_y^2 (1-r^2) \cdot 100/2 = 0,0593 \cdot 4,885 = 0,2896$ mm (A reta de regressão coincide, praticamente, com a de correspondência)

4. Precisão da Reta

4.1 - Para um valor

$\sigma_w^2 = \sigma_y^2 (1 - r^2) = 0,0133$

$\sigma_w = \pm 0,1157$

Nível 68% $\sigma_w = \pm 11,57\%$

Nível 95% $2 \sigma_w = \pm 23,14\%$

4.2 - Para a média

$\sigma_w^2 = \frac{\sigma_y^2 (1-r^2) + 1/2 \sigma_y^4 (1-r^4)}{N} =$

$0,27 \cdot 10^{-4}$

$\sigma_w = \pm 0,0052$

Nível 68% $\sigma_w = \pm 0,52\%$

Nível 95% $2 \sigma_w = \pm 1\%$

(Erro sobre a média de um grande número de valores interpretados a partir da reta)

