

# CURVA-CHAVE TRAÇADA PELO MÉTODO DE JOHNSON E O AJUSTE POR OTIMIZAÇÃO MATEMÁTICA DE TESTES DE HIPÓTESES

Francisco F. N. Marcuzzo<sup>1</sup>

**RESUMO** – Habitualmente nota-se a importância de estudos com finalidade prática, que mostrem os processos físicos e conceituais envolvidos na concepção de curvas-chave, sob diferentes condições de contorno, como em maneiras específicas de se traçar e atingir o melhor ajuste. Sendo assim, neste estudo, objetiva-se mostrar, comparar e discutir o traçado pelo método de Johnson buscando os menores desvios absolutos frente ao ajuste pela otimização matemática, seja ela por Programação Matemática Não Linear (PMNL) ou por Algoritmo Genético (AG). Utilizou-se a planilha 448, com modificações específicas para este estudo, do Sistema para Análise de Dados Hidrológicas (SiADH) da Agência Nacional de Águas (ANA). A estação fluviométrica Raigão Alto (74424500), utilizada neste estudo, localiza-se no rio Peperi Iguazu (sub-bacia 74), afluente da margem direita do rio Uruguai no estado de Santa Catarina. Conclui-se que, na concepção de curva-chave, tanto no traçado inicial pelo algoritmo de Johnson, como no seu ajuste por otimização matemática, é de primordial importância para os resultados. Enfatizou-se neste estudo os termos da equação da curva-chave, sejam as variáveis ou os coeficientes, além da determinação do hidrologista de quantos tramos e de como proceder o melhor ajuste, visando o menor desvio médio entre vazão medida e calculada.

**Palavras-Chave** – Relação Cota-Descarga, Rio Peperi Iguazu, Rede Hidrometeorológica Nacional.

## 1. INTRODUÇÃO

A conversão de cotas, anotadas por observador, as 7h00 e as 17h00 e/ou registradas por sensor de nível d'água de cursos d'água naturais, em vazão, pode ser facilitado e melhorado pelo traçado e ajuste da relação cota e descarga líquida com o auxílio de ferramentas de otimização matemática.

Percebe-se que o principal método usado para determinar a vazão em riachos e rios é medir a variação de cotas e então calcular a vazão usando uma curva-chave, proveniente da relação cota versus descarga líquida medida, gerada empiricamente. Este enfoque básico sobre a relação cota e descarga líquida em rios, foi desenvolvida no início da década de 1890 para medir o Rio Grande em Embudo, no estado do Novo México, nos Estados Unidos da América. As medidas de velocidade são feitas usando medidores de corrente (RANTZ, 1982a,b), ou mais recentemente, usando perfiladores de corrente Doppler acústicos (SIMPSON, 2001). Em seu trabalho que apresentam o Sistema Para Análise de Dados Hidrológicos (SiADH), Lopes *et al.* (2013), citam que todos os dados hidrometeorológicos observados (monitorados) necessitam de tratamentos e processamentos básicos para que os mesmos possam ser utilizados com confiabilidade. Os autores também citam que as ferramentas computacionais que auxiliem a padronizar, sistematizar e facilitar as análises de dados hidrológicos é bastante útil e devem ser prioritariamente utilizadas. O adequado desenho e ajuste de curvas-chave sob instabilidade, seja por histerese (MARCUSO *et al.*, 2019), dragagem, erosão e/ou assoreamento (MARCUSO, 2019), curvas-chave divididas em vários tramos (MARCUSO, 2017), estabilidade da vazão em cotas altas (MARCUSO, 2021), ou até mesmo questões que envolvam sedimento (MENEZES e MARCUSO, 2019 e MENEZES *et al.*, 2021) necessita de um bom entendimento das ferramentas computacionais e o conhecimento dos limites físicos da equação potencial da relação cota versus descarga líquida, que serão abordados neste trabalho. Bartels *et al.* (2010) verificaram a importância de se analisar bem a validade de uma curva-chave antes de utilizá-la e que pode ser necessário estabelecer mais de uma curva-chave para o intervalo de cotas observado.

<sup>1</sup>) SGB - Serviço Geológico do Brasil - Rua Banco da Província, 105 - Santa Teresa - Porto Alegre/RS - CEP 90.840-030, Tel.: (51) 3406-7300.  
<sup>1</sup>francisco.marcuzzo@sgb.gov.br.

O objetivo deste estudo foi traçar a curva-chave da estação fluviométrica Raigão Alto (74424500) pelo método de Johnson com um e dois tramos, e após isso buscar a menor somatória dos desvios médios absolutos com duas diferentes opções de ajuste variando a relação  $h_3$  e  $Q_3$ , sendo uma opção deixar as relações  $h_1$  e  $Q_1$ , e,  $h_2$  e  $Q_3$  fixas, e a outra opção deixá-las variando dentro de um intervalo pré-estabelecido, utilizando a otimização matemática, seja ela por Programação Matemática Não Linear (PMNL) ou por Algoritmo Genético (AG).

## 2. MATERIAL E MÉTODOS

### 2.1. Caracterização geral da região de localização da estação fluviométrica e seus dados

A estação fluviométrica com medição de descarga líquida e qualidade de água (FDQ) utilizada neste estudo, Raigão Alto – código 74424500 (Figuras 1, 2 e 3), está localizada no município de Tunápolis/SC (Latitude:  $-26^{\circ}56'00''$  Longitude:  $-53^{\circ}42'22''$ ), bem na fronteira do Brasil, no estado de Santa Catarina, com a Argentina, na província de Misiones, no rio Peperi Guaçu, possui uma área de drenagem de 2.090 km<sup>2</sup> (ANA, 2023), altitude de 248 m (ALMEIDA *et al.*, 2017) e foi instalada em 07/2000. O rio Peperi Guaçu é afluente na margem direita do rio Uruguai, sendo que no seu exutório encontra-se o ponto da tríplice divisão entre os territórios da província de Misiones, na Argentina, e dos estados de Santa Catarina e Rio Grande do Sul, no Brasil. A bacia do rio Peperi Guaçu, onde se encontra a estação Raigão Alto, faz parte da região hidrográfica de número 1, chamada Região Hidrográfica do Uruguai, e da Bacia Hidrográfica do Uruguai, que recebe o número 7, na sua sub-bacia 74 (MARCUIZZO, 2017a,b). O diagrama unifilar detalhado do rio Peperi Guaçu, com mais informações da estação fluviométrica Raigão Alto (74424500), pode ser acessado, na parte 4 de 6 da sub-bacia 74, na publicação de Almeida *et al.* (2016). A precipitação pluviométrica média anual na sub-bacia 74, em sua parte brasileira, é de aproximadamente 1.888 mm.ano<sup>-1</sup>, sendo agosto o mês com menor precipitação média, com 121 mm, e outubro com a maior precipitação média, com 225 mm, segundo os dados publicados por Marcuzzo e Melati (2016), utilizando os dados de Pinto *et al.* (2011). A apresentação oral e pôster deste trabalho pode ser baixada clicando [AQUI](#). Já os demais materiais produzidos neste artigo, como as Figuras, podem ser baixados clicando [AQUI](#).

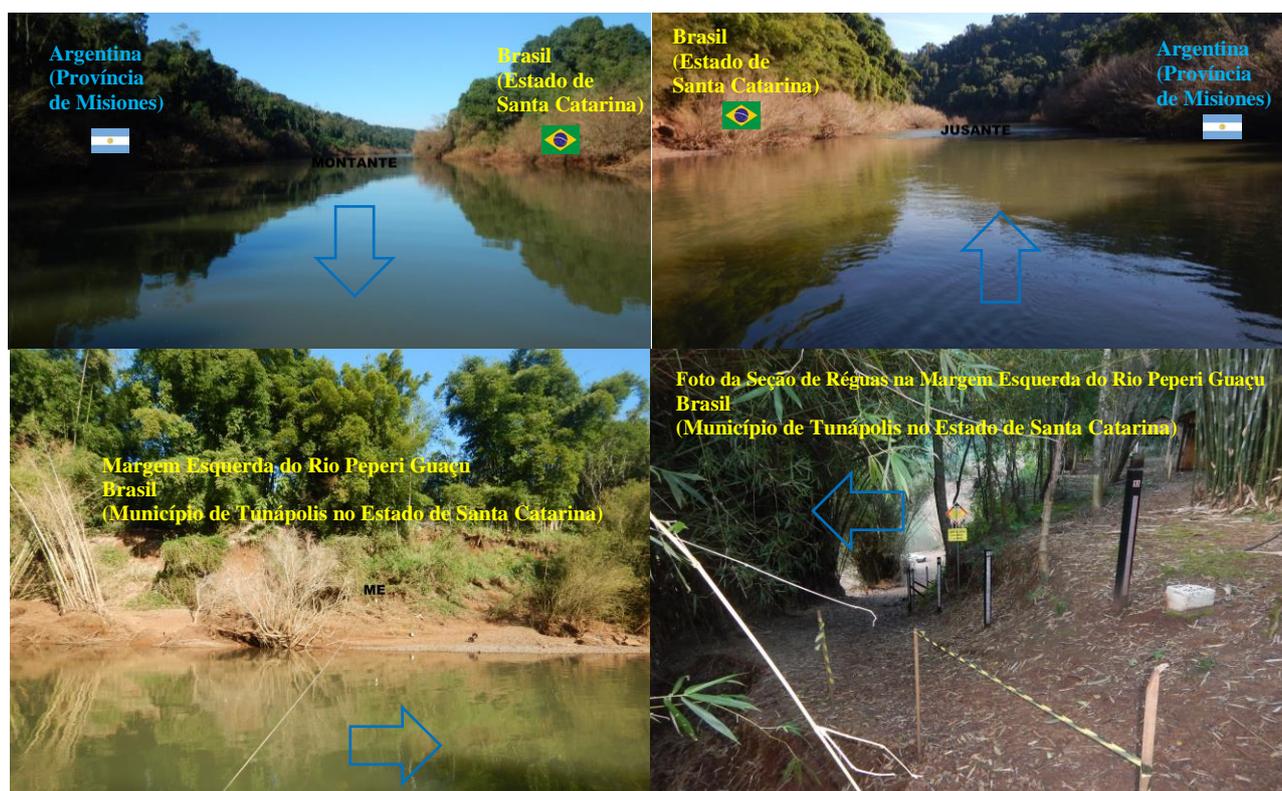


Figura 1 – Fotos da estação fluviométrica Raigão Alto (74424500), no ano de 2022, na fronteira com a Argentina.

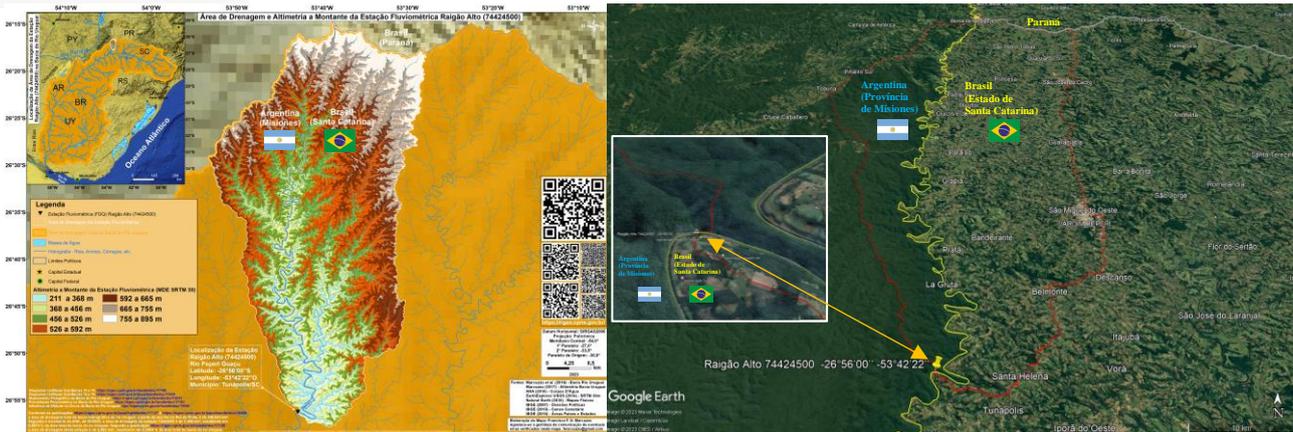


Figura 2 – Localização da estação Raigão Alto (74424500), área de drenagem e a sua altimetria a montante, e a imagem de satélite (GOOGLE EARTH PRO, 2022) da área de drenagem da estação.

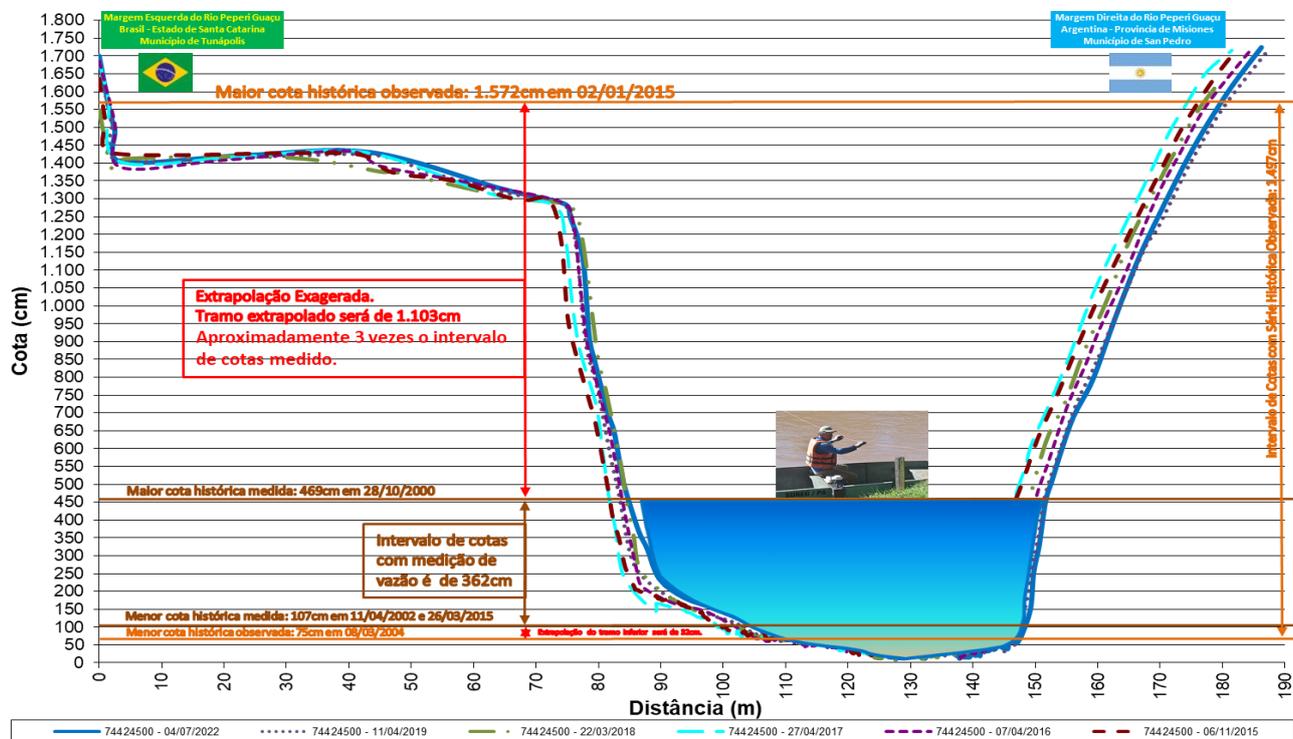


Figura 3 – Perfis transversais da seção de réguas de 2015 a 2022 na estação Raigão Alto (74424500).

## 2.2. Equação potencial da curva-chave, ajuste otimizado e o programa SIADH utilizado

Na hidrometria analítica, a expressão matemática mais usual para se representar a relação entre o nível do curso d'água e a descarga líquida é a equação potencial:

$$Q_{calculada} = a(h - h_0)^n \quad (1)$$

em que,  $Q_{calculada}$ , em  $m^3 \cdot s^{-1}$ , é a vazão calculada para a cota de interesse  $h$  (variável da equação);  $a$ , adimensional, é o coeficiente (constante) que, se não alterada os outros elementos da equação (1), quanto maior for o seu valor, maior será a vazão calculada para todo o intervalo de cotas e que, quanto menor for o seu valor, menor será a vazão calculada para todo o intervalo de cotas (o coeficiente  $a$  também é considerado o coeficiente de posicionamento da curva-chave no gráfico cartesiano);  $h$ , em metros, é a cota para a descarga líquida a ser calculada (variável da equação);  $h_0$ , em metros, é a cota para a descarga líquida nula  $Q_0$ , ou seja, a cota medida ou estimada em que a vazão no curso d'água é igual a zero;  $n$ , adimensional, é o expoente da equação potencial da curva-chave (coeficiente da equação). A equação potencial da curva-chave é basicamente dividida em duas variáveis, descarga líquida ( $Q$ ) e cota do nível d'água ( $h$ ), e dois coeficientes de posicionamento gráfico,  $a$  e  $n$ , que serão melhor detalhados no item 2.4 deste artigo.

Um perscrutamento sobre otimização de equações lançando mão de Programação Matemática Não-Linear (PMNL) e Algoritmo Genético (AG), utilizados neste estudo, pode ser estudado em Marcuzzo (2008) e em Marcuzzo e Wendland (2010; 2014). Um detalhamento de regressões matemática para hidrologia é observado em Naghettini e Pinto (2007). Visando montar a estrutura necessária para um correto traçado e ajuste da curva-chave aqui estudada, optou-se por lançar mão do processo 448 do Sistema Para Análise de Dados Hidrológicos (SIADH) da Agência Nacional de Águas (ANA), melhor descrito na publicação de Lopes *et al.* (2013). Entretanto, como se pretende mostrar nos resultados, especificamente para este tipo de curva-chave, fez-se diversas modificações na planilha gerada pelo SIADH, para melhor controle qualitativo e otimizado do seu traçado e ajuste.

### 2.3. Traçado da curva-chave utilizando o algoritmo de Johnson e o ajuste da curva-chave utilizando a relação entre $h_3$ e as demais variáveis e coeficientes da equação potencial

O algoritmo publicado por Donald B. Johnson no ano de 1977 (JOHNSON, 1977), busca determinar o caminho mais curto entre pares de vértices em grafos, sejam direcionados, ponderados, com arcos de peso negativo ou sem ciclos de peso negativo. Sabe-se que o algoritmo de Johnson é uma forma de encontrar o menor caminho entre dois pontos em um gráfico qualquer, que permite que algumas arestas tenham número negativo. Entretanto, ciclos negativos não devem existir e, portanto, este algoritmo trabalha com base no algoritmo de Bellman-Ford, para imputar uma modificação de um grafo de entrada, que remove todas os pesos negativos, consentindo o uso do algoritmo de Dijkstra no grafo modificado. Verifica-se que o algoritmo de Bellman-Ford busca o caminho mínimo em um digrafo (grafo orientado ou dirigido) ponderado, ou seja, cujas arestas têm peso, até mesmo negativo. Já o algoritmo de Dijkstra resolve o mesmo problema, num tempo menor, porém exige que todas as arestas tenham pesos positivos. Assim sendo, o algoritmo de Bellman-Ford é normalmente usado apenas quando existem arestas de peso negativo. Um melhor detalhamento pode ser melhor estudado na publicação de Johnson (1977). Quanto ao traçado inicial da curva-chave, para posterior ajuste, pode-se estabelecer um primeiro traçado da equação potencial (eq. 1) em uma reta entre duas medições de descarga líquida quaisquer, em um gráfico de relação cota do nível de água no rio e a descarga líquida, utilizando o método do algoritmo de Johnson. Normalmente se utiliza do método de Johnson para primeiramente colocar a equação potencial da curva-chave como uma reta entre as medições de vazões com menor e maior cota, como mostrado no gráfico logarítmico da Figura 4, visando, em seguida, utilizar a relação entre o  $h_3$  e os demais coeficientes da equação ( $a$ ,  $h$ ,  $h_0$  e  $n$ ) para ajustar o traçado da curva-chave de modo a se obter o menor desvio médio entre as vazões medidas em campo e as estimadas pela equação da curva-chave. No gráfico com os eixos logarítmicos da Figura 4, obteve-se uma reta da equação potencial da curva-chave com os coeficientes  $a = 1,6877$ ,  $h_0 = 0,00$  e  $n = 3,415$ , resultando em um coeficiente  $n$  fora do recomendado para a geometria do levantamento de seção transversal (Figura 3) nas régua, conforme publicação de India (1999).

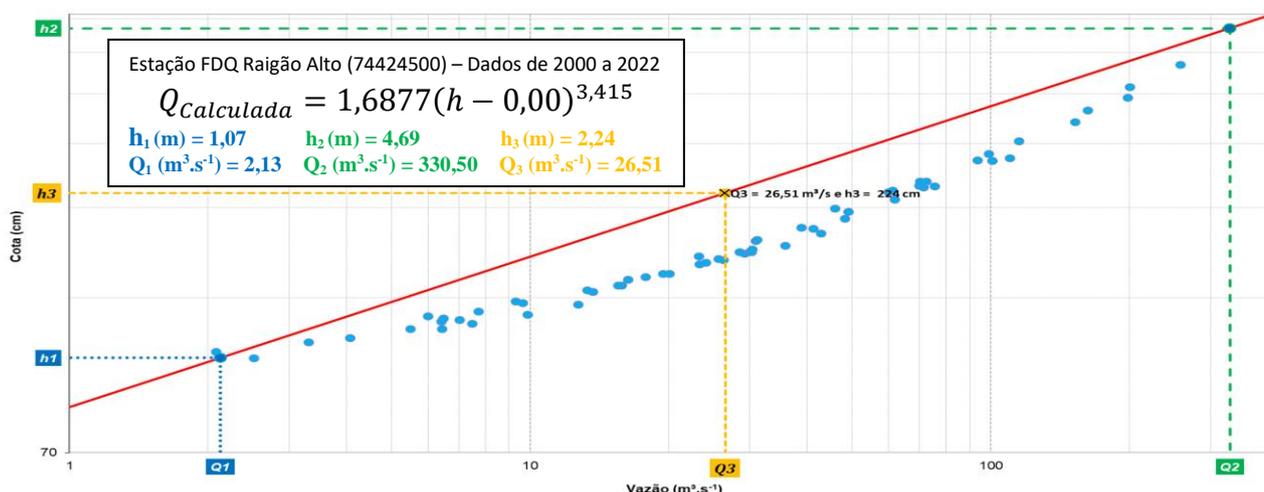


Figura 4 – Reta da equação potencial de curva-chave ( $a=1,6877$ ,  $h_0=0,00$  e  $n=3,415$ ) gerada pelo algoritmo de Johnson.

Conforme observado graficamente na Figura 4, pode-se utilizar a relação entre  $h_3$  e os demais coeficientes da equação potencial para ajustar a curva-chave buscando o menor desvio médio entre as descargas líquidas medidas em campo (pontos azuis no gráfico da Figura 4) e as vazões estimadas pela equação da curva-chave (reta vermelha no gráfico da Figura 4).

A seguir descreve-se a relação entre  $h_3$ , que pode ser visualizado no gráfico cartesiano com os eixos logaritimizados da Figura 4, e os demais coeficientes da equação potencial da curva-chave:

$$h_0 = \frac{h_1 h_2 - h_3^2}{h_1 + h_2 - 2h_3} \quad (2)$$

$$n = \frac{\log Q_1 - \log Q_2}{\log(h_1 - h_0) - \log(h_2 - h_0)} \quad (3)$$

$$a = \frac{Q}{(h - h_0)^n} \quad (4)$$

$$Q_3 = \sqrt{(Q_1 Q_2)}, \text{ sendo } Q_1 \neq 0 \quad (5)$$

em que,  $h_x$ , em metros, é a cota da medição de descarga líquida de interesse, a ser calculada pela equação potencial da curva-chave (1);  $n$ , adimensional, é o expoente da equação potencial da curva-chave (1);  $a$ , adimensional, é a constante da equação potencial da curva-chave (1) que, se não alterada os outros elementos da equação (1), quanto maior for o seu valor, maior será a vazão calculada para todo o intervalo de cotas e que, quanto menor for o seu valor, menor será a vazão calculada para todo o intervalo de cotas;  $Q_x$ , em  $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ , é a vazão calculada para a cota de interesse  $h$  da equação potencial da curva-chave (1). Os demais conceitos para um bom traçado de curva-chave foi seguido conforme India (1999), Marcuzzo (2021), ANA (2011a,b), Sefione (2001) e Sefione *et al.* (2001).

### 3. RESULTADOS E DISCUSSÃO

#### 3.1. Entendimento gráfico das variações numéricas dos coeficientes $a$ e $n$ da equação potencial da curva-chave visando o seu ajuste pela relação entre o $h_3$ e o $Q_3$

O primeiro procedimento para se ajustar uma curva-chave após o traçado da curva-chave pelo algoritmo de Johnson, é entender as relações das equações de 1 a 5. Para isso, utiliza-se da visualização gráfica das variações numéricas dos coeficientes  $a$  e  $n$  (equação 1), visando o ajuste da equação potencial da curva-chave empregando a relação entre dos termos  $h_3$  e  $Q_3$ , o que é mostrado de maneira didática neste artigo nas Figuras 5 e 6, considerando o início na Figura 4.

O coeficiente  $a$  (equações 1 e 4, Figura 5) é o termo que, se não alterada os outros elementos da equação (1), quanto maior for seu valor, maior será a vazão calculada para todo o intervalo de cotas e que, quanto menor for seu valor, menor será a vazão calculada para todo o intervalo de cotas; o coeficiente  $a$  pode também ser melhor entendido como sendo de posicionamento no eixo da abscissa do gráfico cartesiano da relação cota (ordenada) versus vazão (abscissa), ou seja, desde que não alterados os outros coeficientes da equação potencial quanto maior o valor do coeficiente  $a$ , mais à direita do gráfico ficará a curva-chave e quanto menor o valor do coeficiente  $a$ , mais à esquerda ficará a curva-chave. O programa HIDRO da ANA, até 04/2023, utilizado para gerar vazão, permite inserir apenas quatro casas decimais (0,0000) no valor do coeficiente  $a$  da equação potencial, portanto, também, o coeficiente  $a$  deve ser maior ou igual a 0,0001.

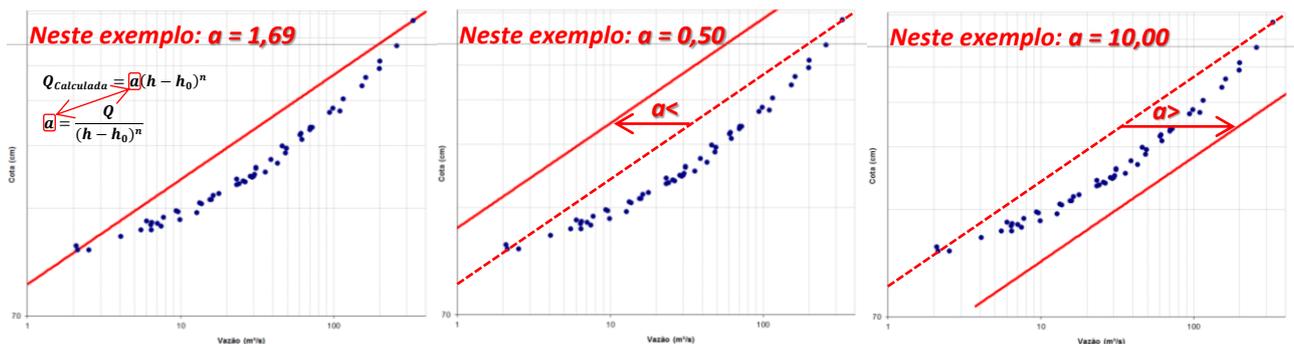


Figura 5 – Mostra gráfica do que ocorre quando se altera o coeficiente  $a$  da equação da curva-chave ( $a = x$ ,  $h_0 = 0,00$  e  $n = 3,415$ ), gerada pelo algoritmo de Johnson, considerando o exemplo inicial na Figura 4.

O coeficiente  $n$  (equações 1, 3 e 4, Figura 6) é o termo que, se não alterada o  $h_0$  da equação, quanto maior for seu valor, maior será a vazão calculada para as cotas acima da relação  $h_1$  e  $Q_1$  e menor será a vazão para as cotas abaixo da relação  $h_1$  e  $Q_1$ ; O inverso é verdadeiro, ou seja,  $n$  é a constante que, se não alterada o  $h_0$  da equação, quanto menor for seu valor, menor será a vazão calculada para as cotas acima da relação  $h_1$  e  $Q_1$  e maior será a vazão para as cotas abaixo da relação  $h_1$  e  $Q_1$ ; o coeficiente  $n$  pode também ser melhor entendido como sendo de posicionamento no eixo da abscissa do gráfico cartesiano da relação *cota (ordenada) versus vazão (abscissa)*, ou seja, desde que não alterados o  $h_0$  da equação potencial, quanto maior o valor do coeficiente  $n$ , mais à direita do gráfico ficará a parte da curva-chave com cota acima da relação  $h_1$  e  $Q_1$  e mais à esquerda ficará a parte da curva-chave com cota abaixo da relação  $h_1$  e  $Q_1$ ; O inverso é verdadeiro, ou seja,  $n$  é a constante que, se não alterada o  $h_0$  da equação potencial, quanto menor o valor do coeficiente  $n$ , mais à esquerda do gráfico ficará a parte da curva-chave com cota acima da relação  $h_1$  e  $Q_1$  e mais à direita ficará a parte da curva-chave com cota abaixo da relação  $h_1$  e  $Q_1$ ; Nota-se que o eixo de rotação da curva-chave fica estabelecido como sendo o ponto da relação  $h_1$  e  $Q_1$ , ou seja, a cota mais baixa com vazão medida. Nota-se que modificando o coeficiente  $n$  também se modifica o coeficiente  $a$ , já que, além de ser função da cota, o coeficiente  $a$  é também função do coeficiente  $n$ . Observa-se que modificando o coeficiente  $n$  também se modifica o coeficiente  $a$ , já que, também, além da cota ( $h-h_0$ ), o coeficiente  $a$  é função do coeficiente  $n$ , conforme pode ser observado na equação 4.

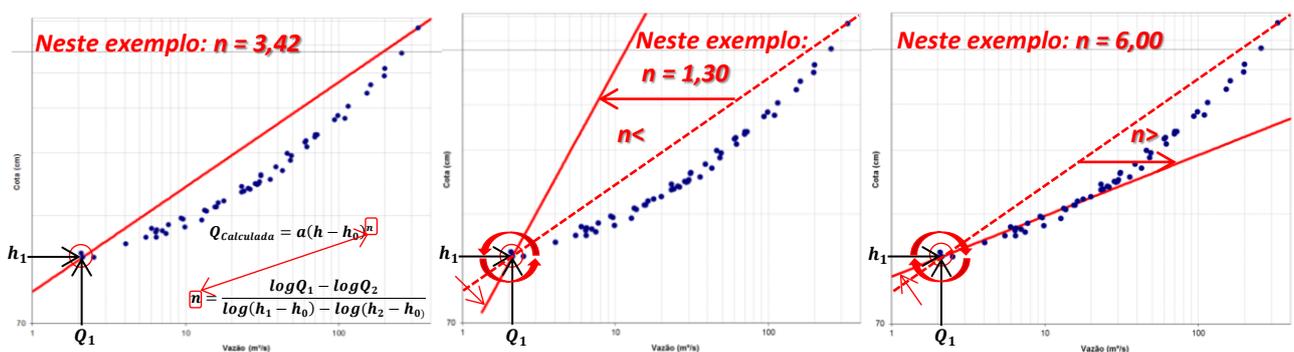


Figura 6 – Mostra gráfica do que ocorre quando se altera o coeficiente  $n$  da equação da curva-chave ( $a = x$ ,  $h_0 = 0,00$  e  $n = x$ ), gerada pelo algoritmo de Johnson, considerando o exemplo inicial na Figura 4.

Um maior detalhamento do comportamento gráfico das variações numéricas dos coeficientes  $a$  e  $n$ , pode ser observado na apresentação deste trabalho, que pode ser baixada clicando [AQUI](#).

### 3.2. Traçado da curva-chave pelo método de Johnson, considerando um ou dois tramos, e o respectivo ajuste por otimização matemática dos testes de hipóteses

A Tabela 1 e a Figura 6 mostram os resultados do traçado inicial da curva-chave pelo algoritmo de Johnson e do ajuste com otimização matemática dos seus tramos, visando o menor desvio médio entre as vazões medidas em campo e as calculadas pela curva-chave, com os intervalos válidos de cotas e vazões, e os termos da equação potencial da curva-chave.

No ajuste da curva-chave com um único tramo, testou-se primeiro o ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, conforme a relação com a medição de vazão na menor e maior cota da série histórica estudada (Figura 4 e Tabela 1). Depois testou-se o ajuste otimizado com os valores de  $h_1$  podendo variar de 1,00 a 1,15 cm,  $h_2$  podendo variar de 4,50 a 4,90 cm,  $Q_1$  podendo variar de 1,90 a 2,40  $m^3 \cdot s^{-1}$  e  $Q_2$  podendo variar de 320 a 340  $m^3 \cdot s^{-1}$  (Tabela 1).

No ajuste da curva-chave com dois tramos, optou-se por observar os últimos levantamentos de seção transversal (Figura 3) para identificar alguma mudança geométrica significativa no intervalo de cotas com medição de descarga líquida, que vai de 1,07 m, em 11/04/2002 e 26/03/2015, a 4,69 m, em 28/10/2000. Conforme observa-se na Figura 3, nota-se que entre 2,10 e 2,50 m, há uma alteração significativa no perfil transversal da seção de régua, entre 2015 e 2022. Com isso, no ajuste da curva-chave com dois tramos (Tabela 1 e Figura 7), testou-se primeiro o ajuste otimizado com os

valores de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, para cada um dos dois tramos, conforme a relação com a medição de vazão na menor e maior cota da série histórica estudada, além da cota intermediária de 2,30 m e a vazão de  $70 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  entre os tramos 1 e 2. Em seguida testou-se, no tramo 1, o ajuste otimizado com os valores de  $h_1$  podendo variar de 1,00 a 1,15 cm,  $h_2$  podendo variar de 2,25 a 2,35 cm,  $Q_1$  podendo variar de 1,90 a  $2,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $Q_2$  podendo variar de 68 a  $72 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . E no tramo 2, testou-se o ajuste otimizado com os valores de  $h_1$  podendo variar de 2,25 a 2,35 cm,  $h_2$  podendo variar de 4,50 a 4,90 cm,  $Q_1$  podendo variar de 68 a  $72 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $Q_2$  podendo variar de 320 a  $340 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ . Neste caso a equação da continuidade, entre o tramo 1 e 2, foi necessário, de modo a se minimizar a diferença para a geração de vazão para a cota que um tramo termina e o outro começa. A curva de calibragem da relação cota versus descarga líquida, traçada e ajustada neste estudo, que obteve o menor desvio médio (7,38%), entre a Medição de Descarga Líquida (MDL) e a equação potencial da curva-chave foi a de dois tramos, com ajuste por AG e com os valores  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  variando em um determinado intervalo, conforme observado na Tabela 1 e Figuras 4 e 7.

Tabela 1 – Análise dos resultados do traçado pelo algoritmo de Johnson e da otimização matemática dos diferentes tramos da curva-chave, com os intervalos de cotas e vazões, e os termos da equação potencial da curva-chave.

	a	$h_0$ (m)	n	$h_1$ (m)	$Q_1$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )	$h_2$ (m)	$Q_2$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )	$h_3$ (m)	$Q_3$ ( $\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ )	Desvio Médio (%) Absoluto	% de Devios Positivos / Negativos	Desvio Médio (%) Absoluto Tramo n	% de Devios Positivos / Negativos Tramo n	Equação da Continuidade (%)
Um Tramo														
Johnson - Único Tramo	1,6877	0,00	3,415	1,07	2,13	4,69	330,50	2,24	26,51	50,63%	3,17%			
PMNL <sup>1</sup>	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>1</sup>	37,8936	0,90	1,626	1,07	2,13	4,69	330,50	1,70	26,51	8,77%	38,10%			
PMNL <sup>2</sup>	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>2</sup>	41,0115	0,93	1,633	1,09	2,12	4,61	345,19	1,70	27,04	7,45%	46,03%			
Dois Tramos														
Johnson - Tramo 1	1,9482	0,05	4,417	1,07	2,13	2,30	70,00	1,57	12,20	23,16%	11,11%	28,10%	7,01%	6,25%
Johnson - Tramo 2	7,6577	-0,26	2,354	2,30	70,00	4,69	330,50	3,30	152,10					
PMNL <sup>3</sup> - Tramo 1	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
PMNL <sup>3</sup> - Tramo 2	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>3</sup> - Tramo 1	35,1654	0,85	1,853	1,07	2,13	2,30	70,00	1,42	12,2	7,67%	47,62%	8,70%	43,75%	0,01%
AG <sup>3</sup> - Tramo 2	63,1894	1,22	1,330	2,30	70,00	4,69	330,50	3,16	152,1					
PMNL <sup>4</sup> - Tramo 1	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
PMNL <sup>5</sup> - Tramo 2	Erro na função objetivo, bloqueada em um mínimo local.													
AG <sup>4</sup> - Tramo 1	40,9419	0,93	1,626	1,09	2,12	2,33	70,44	1,41	12,22	7,38%	44,44%	8,44%	41,67%	0,11%
AG <sup>5</sup> - Tramo 2	67,1760	1,29	1,304	2,33	70,44	4,57	315,73	3,13	149,14					

<sup>1</sup> Tramo único: Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, conforme a relação com a medição de vazão na menor e maior cota da série histórica estudada.  
<sup>2</sup> Tramo único: Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$  podendo variar de 1,00 a 1,15 cm,  $h_2$  podendo variar de 4,50 a 4,90 cm,  $Q_1$  podendo variar de 1,90 a  $2,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $Q_2$  podendo variar de 320 a  $340 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .  
<sup>3</sup> Dois Tramos: Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$ ,  $h_2$ ,  $Q_1$  e  $Q_2$  fixos, para cada um dos dois tramos, conforme a relação com a medição de vazão na menor e maior cota da série histórica estudada, além da cota intermediária de 2,30 m e a vazão de  $70 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  entre os tramos 1 e 2.  
<sup>4</sup> Dois Tramos - Tramo 1: Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$  podendo variar de 1,00 a 1,15 cm,  $h_2$  podendo variar de 2,25 a 2,35 cm,  $Q_1$  podendo variar de 1,90 a  $2,40 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $Q_2$  podendo variar de 68 a  $72 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .  
<sup>5</sup> Dois Tramos - Tramo 2: Ajuste otimizado com os valores de  $h_1$  podendo variar de 2,25 a 2,35 cm,  $h_2$  podendo variar de 4,50 a 4,90 cm,  $Q_1$  podendo variar de 68 a  $72 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$  e  $Q_2$  podendo variar de 320 a  $340 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

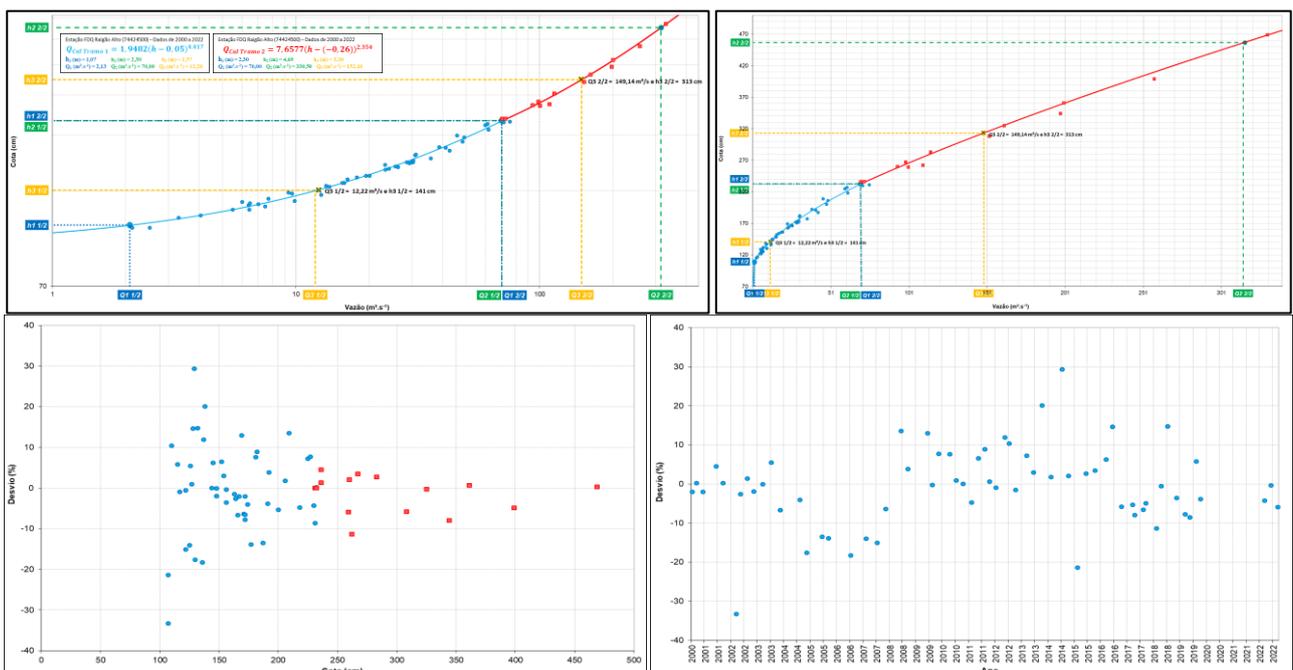


Figura 7 – Gráficos da curva-chave ajustada por otimização matemática, com dois tramos, com o menor somatório de desvio médio entre as vazões medidas em campo e as vazões estimadas pela equação potencial da curva-chave.

Neste estudo utilizou-se a rotina 448 do SiADH, apresentado por Lopes *et al.* (2013), o que facilitou a “montagem” inicial dos dados para o traçado e ajuste, contudo houve a necessidade de se executar na planilha gerada, na aba do método de Johnson, uma série de adaptações para se conseguir traçar e otimizar matematicamente o ajuste. Os métodos para a determinação da velocidade e da área da seção transversal de fluxo de água em canais abertos, e conseqüentemente vazão, conforme Gamaro *et al.* (2014), são normatizados pelo padrão internacional ISO 748:2007. Múltiplos erros, mais localizados ou não, na concepção de curva-chave podem ser atribuídos a diversos fatores, como os relatados por Melati e Marcuzzo (2014), que verificaram a frequência de falhas de transcrição de dados fluviométricos, e como em alguns casos podem influenciar as características hidráulicas da seção transversal de um rio, acarretando erros no cálculo de vazão. Segundo Sefione (2001) a curva-chave é a ferramenta criada para determinação dos valores do nível d’água (cota) numa dada seção de um curso d’água. Essa informação é necessária para se obter mínimas e máximas, como o desenvolvido por Sefione *et al.* (2001), que são, não raro, o ponto chave de muitos estudos hidrológicos. O traçado de curvas-chave em estações instáveis, segundo Reitz e Dias (2014), pode ser bastante complexo, especialmente quando os dados de vazão exibem distorções, pelos efeitos de remanso. Já Lemos *et al.* (2013) citam no traçado e análise de curvas-chave deve ser considerada, sobretudo, a uniformidade de pontos nos gráficos de desvios versus cota e de desvios versus tempo.

#### 4. CONCLUSÃO

Na concepção de curva-chave, conclui-se que, tanto no traçado inicial pelo algoritmo de Johnson, como no seu ajuste por otimização matemática, o conhecimento do comportamento dos termos da equação da curva-chave é de suma importância. Este entendimento das variáveis ou dos coeficientes da curva-chave, além da determinação do hidrólogo de quantos tramos dividir a curva-chave e de como proceder o melhor ajuste, visando o menor desvio médio entre vazão medida e vazão calculada, é de primordial importância para se obter melhores resultados.

Conclui-se, para as especificidades deste estudo, que a utilização de dois tramos foi melhor que um único tramo na curva-chave e, que, o seu ajuste por otimização matemática utilizando AG obtém-se melhores resultados em relação ao desvio médio entre as MDL e as calculadas.

#### REFERÊNCIAS

- ALMEIDA, D. B.; KOEFENDER, A.; SOUZA, C. J. R. MARCUZZO, F. F. N. Diagramas unifilares e mapeamento das estações F, FD, P, Pr e barramentos das sub-bacias 70 a 74 no Rio Uruguai. In: SIMPÓSIO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE, 13., 2016, Aracaju. **Anais...** Aracaju: ABRH, 2016. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/17189>. Acesso em: 20 abr. 2023.
- ANA - AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Análise de consistência de dados fluviométricos de estações de monitoramento da ANA localizadas na bacia hidrográfica do Rio Purus (sub-bacia 13)**. 2011a. Nota Técnica nº 245/2011/SGH-ANA. 30 de setembro de 2011.
- ANA - AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Diretrizes e análises recomendadas para a consistência de dados fluviométricos**. Brasília: ANA. 2011b. Disponível em: [http://arquivos.ana.gov.br/fohidrológicas/cadastro/Diretrizes\\_Analises\\_Recomendadas\\_Consistencia\\_de\\_Dados\\_Fluviometricos.pdf](http://arquivos.ana.gov.br/fohidrológicas/cadastro/Diretrizes_Analises_Recomendadas_Consistencia_de_Dados_Fluviometricos.pdf). Acesso: 23 ago. 2023.
- ANA - AGÊNCIA NACIONAL DE ÁGUAS. **Inventário das estações fluviométricas**. On line. DF, 2023. Disponível em: <https://www.snirh.gov.br/hidroweb/download>. Acesso em: 30 mar. 2023.
- BARTELS, G. K.; BESKOW, S.; AQUINO, L. S.; TAVARES, V. E. Q.; TIMM, L. C. Avaliação dos dados de vazão gerados pela curva-chave no Arroio Pelotas (Ponte Cordeiro de Farias). In: XIX Congresso de Iniciação Científica, 2010, Pelotas. **Anais...** 2010. Disponível em: [http://wp.ufpel.edu.br/rhima/files/2010/09/CIC-UFPel-2010\\_01028.pdf](http://wp.ufpel.edu.br/rhima/files/2010/09/CIC-UFPel-2010_01028.pdf). Acesso: 28 jan. 2023.
- GAMARO, P. E.; MALDONADO, L. H.; SANTOS, J. M. Comparativo entre medições de vazão com micromolinetes e flowtracker para a estação São Francisco Falso. In: XX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2013, Bento Gonçalves. **Anais...** Porto Alegre: ABRH. Disponível em:

- [https://www.abrh.org.br/sgcv3/UserFiles/Sumarios/579cd3a94951f7f86576318234b74346\\_3e706bdeb90ccc5bb34257e08bd60429.pdf](https://www.abrh.org.br/sgcv3/UserFiles/Sumarios/579cd3a94951f7f86576318234b74346_3e706bdeb90ccc5bb34257e08bd60429.pdf). Acesso em: 28 Jan. 2023.
- GOOGLE. **Google Earth Pro**, 7.3.6.9345. [S.l.:s.n.], Compilação de 29/12/2022. Localização da estação 74424500. Disponível: <http://www.google.com.br/intl/pt-BR/earth/>. Acesso: 30 mar. 2023.
- INDIA. **How to establish stage discharge rating curve**. Training module # SWDP – 29. New Delhi: Hydrology Project, 1999. Disponível em: <http://www.mahahp.gov.in/pdfFiles/resource/modules/29HOWTOESTABLISHSTAGEDISCHARGERATINGCURVE.pdf>. Acesso: 15 mar. 2023.
- JOHNSON, D. B. Efficient algorithms for shortest paths in sparse networks. 1977. **Journal of the ACM**. Vol. 24. Issue 1. Jan. 1977 pp 1–13. Doi: <https://doi.org/10.1145/321992.321993> Disponível em: <https://dl.acm.org/doi/abs/10.1145/321992.321993>. Acesso em: 25 abr. 2023.
- LEMOS, G. M.; LOPES, W. T. A.; SILVA, L. R. S.; DE PISCOYA, R. de C. C. C.; DA SILVA, M. C. A.; REITZ, K. Análise de consistência de dados fluviométricos de estações localizadas na sub-bacia 12 (rios Solimões, Juruá e Japurá). In: XX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2013, Bento Gonçalves. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2013. p. 1 a 8. Disponível em: [http://arquivo.s.ana.gov.br/imprensa/noticias/20131119\\_PAP013828\\_05.pdf](http://arquivo.s.ana.gov.br/imprensa/noticias/20131119_PAP013828_05.pdf). Acesso: 29 jun. 2023.
- LOPES, W. T. A.; LEMOS, G. M.; SARMENTO SILVA, L. R.; DA SILVA, M. C. A. M.; DE PISCOYA, R. de C. C.; GOMES, A. de O.; DOS SANTOS, A. G. Sistema para análise de dados hidrológicos - SiADH. In: XX Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2013, Bento Gonçalves. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2014. p. 1 - 8. Disponível em: [http://arquivos.ana.gov.br/imprensa/noticias/20131118\\_PAP013844.pdf](http://arquivos.ana.gov.br/imprensa/noticias/20131118_PAP013844.pdf). Acesso em: 28 Jan. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N. Bacia hidrográfica do rio Uruguai: altimetria e áreas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 22., 2017, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: ABRH, 2017. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/18489>. Acesso em: 19 abr. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N. Bacias hidrográficas e regiões hidrográficas do Brasil: cálculo de áreas, diferenças e considerações. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 22., 2017, Florianópolis. **Anais...** Florianópolis: ABRH, 2017. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/18492>. Acesso em: 19 abr. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N. Curva-chave com três tramos consecutivos ajustada com uma única função objetivo não linear. In: XXII Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 2017, Florianópolis. **Anais...** Porto Alegre: ABRH, 2017. p. 1 a 8. Disponível em: <http://rigeo.sgb.gov.br/jspui/handle/doc/18484>. Acesso em: 29 mar. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N. Curva-chave no Chuí: opções de traçado e ajuste considerando a estabilidade da vazão em cotas altas. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 24., 2021, Belo Horizonte. **Anais [...]** Belo Horizonte: ABRH, 2021. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/22442>. Acesso em: 20 abr. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N. Curva-chave sob efeito de assoreamento e dragagem traçada e ajustada pelo SIADH. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 23., 2019, Foz do Iguaçu, PR. **Anais [...]** Foz do Iguaçu: ABRH, 2019. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/21531>. Acesso em: 22 jun. 2022.
- MARCUZZO, F. F. N. Sistema de otimização hidráulica e econômica de rede de irrigação localizada usando algoritmos genéticos. 2008. **Tese (Doutorado em Engenharia)** - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2008. Disponível em: <http://rigeo.sgb.gov.br/jspui/handle/doc/304>. Acesso em: 29 abr. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N.; MALDONADO, L. H.; SOUZA, S. A. de. Curva-chave sob efeito de histerese: traçado e ajuste de curva-chave média e em laço. In: Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, 23., 2019, Foz do Iguaçu, PR. **Anais...** Foz do Iguaçu: ABRH, 2019. Disponível em: <http://rigeo.sgb.gov.br/jspui/handle/doc/21532>. Acesso em 30 abr. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N.; MELATI, M. D. Caracterização da precipitação pluviométrica mensal nas sub-bacias pertencentes à Bacia do Rio Uruguai. In: SIMPÓSIO DOS RECURSOS HÍDRICOS DO NORDESTE, 13., 2016, Aracaju. **Anais...** Aracaju: ABRH, 2016. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/17183>. Acesso em: 19 abr. 2023.

- MARCUZZO, F. F. N.; WENDLAND, E. Otimização de rede de irrigação de microaspersão usando algoritmos genéticos sob diferentes declividades e tarifação de água e energia elétrica. *Revista Engenharia na Agricultura*, Viçosa, MG, v.18, n.1, p.50-62, Viçosa, MG. Disponível em: <http://rigeo.sgb.gov.br/jspui/handle/doc/602>. Acesso em 30 abr. 2023.
- MARCUZZO, F. F. N.; WENDLAND, E. The Optimization of irrigation networks using genetic algorithms. *Journal of Water Resource and Protection*, 2014, 6, 1124-1138. Disponível em: <http://dx.doi.org/10.4236/jwarp.2014.612105>. Acesso em 12 fev. 2023.
- MELATI, M. D.; MARCUZZO, F. F. N. Estudo de Perfis de Estações Fluviométricas: Transcrições de Campo, Ajuste de Escritório e Efeito nos Atributos Hidráulicos. In: XII Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, 2014, Natal. *Anais...* Porto Alegre: ABRH, 2014. p. 1-10. Disponível em: <http://rigeo.sgb.gov.br/xmlui/handle/doc/17448>. Acesso em: 28 Jan. 2023.
- MELATI, M. D.; MARCUZZO, F. F. N. Influência da altitude na precipitação média anual nas sub-bacias pertencentes à Bacia do Rio Uruguai. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 21., 2015, Brasília, DF. *Anais...* Brasília, DF: ABRH, 2015. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/15056>. Acesso: 13 nov. 2021.
- MELATI, M. D.; MARCUZZO, F. F. N. Mapeamento fisiográfico básico das sub-bacias pertencentes à Bacia do Rio Uruguai. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 21., 2015, Brasília, DF. *Anais...* Brasília, DF: ABRH, 2015. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/15053>. Acesso em: 13 abr. 2023.
- MENEZES, D. de.; MARCUZZO, F. F. N. Curva-chave de sedimentos com tramos separados por vazão e tempo: elementos do traçado e ajuste. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 23., 2019, Foz do Iguaçu, PR. *Anais [...]* Foz do Iguaçu: ABRH, 2019. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/jspui/handle/doc/21583>. Acesso em: 03 mai. 2023.
- MENEZES, D. de.; MARCUZZO, F. F. N.; PEDROLLO, M. C. R. Estimativa da produção de sedimentos utilizando a curva-chave de sedimentos. *Ciência e Natura*, Santa Maria, v.43, e17, p. 1-31, 2021. Disponível em: <http://rigeo.sgb.gov.br/jspui/handle/doc/22167>. Acesso: 30 abr. 2023.
- MULLER, Y. T.; FAN, F. M.; BUFFON, F. T.; MARCUZZO, F. F. N. Efeito da discretização na calibração do modelo MGB-IPH para a Bacia do rio Uruguai. In: SIMPÓSIO BRASILEIRO DE RECURSOS HÍDRICOS, 23., 2019, Foz do Iguaçu, PR. *Anais...* Foz do Iguaçu: ABRH, 2019. Disponível em: <https://rigeo.sgb.gov.br/handle/doc/21544>. Acesso em: 13 set. 2021.
- NAGHETTINI, M.; PINTO, É. J. de A. *Hidrologia estatística*. Belo Horizonte: SGB, 2007.
- RANTZ, S. E. **Measurement and Computation of Streamflow**. volume 1, Measurement of Stage and Discharge, U.S. Geol. Surv. Water Supply Pap., 2175. 1982a. Disponível em: <https://pubs.usgs.gov/wsp/wsp2175/wsp2175.pdf>. Acesso em: 13 Jul. 2023.
- RANTZ, S.E. **Measurement and computation of streamflow**. volume 2, computation of discharge. [S.l.]: U.S. Government Printing Office, 1982b. (Water supply paper series, 2175). Disponível em: <http://pubs.usgs.gov/wsp/wsp2175/>. Acesso em: 23 ago. 2023.
- REITZ, K.; DIAS, S. F. Calibragem de curva-chave de estação instável pelo método do desnível normal. Estudo de caso: Estação Bacaba, código 13886000, no Rio Tapauá, na bacia hidrográfica do Rio Amazonas. In: XII Simpósio de Recursos Hídricos do Nordeste, 2014, Natal. *Anais...* Porto Alegre: ABRH, 2014. p. 1 - 8. Disponível em: [http://abrh.s3.amazonaws.com/Eventos/Trabalhos/66/SBRH2013\\_PAP012662.pdf](http://abrh.s3.amazonaws.com/Eventos/Trabalhos/66/SBRH2013_PAP012662.pdf). Acesso em: 13 Jul. 2023.
- SEFIONE, A. L. Estudo comparativo de métodos de extrapolação superior de curvas-chave. **Dissertação de Mestrado**. Porto Alegre: IPH/UFRGS, 2001. 96p. Disponível em: <https://lume.ufrgs.br/handle/10183/3258>. Acesso em: 13 Jul. 2023.
- SEFIONE, A. L.; MEDEIROS, J. D.; DORNELLES, A. M.; GOLDENFUM, J. A. Metodologia de pseudo-extrapolação para avaliação de métodos de extrapolação superior de curvas-chave. In: XIV Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos, Aracaju. *Anais...* Porto Alegre: ABRH, 2001. p. 1-13.
- SIMPSON, M. **Discharge measurements using a broad-band acoustic Doppler current profiler**. U. S. Geological Survey. Open File Rep., 01- 01, 123 pp. 2001. Disponível em: <https://pubs.usgs.gov/of/2001/ofr0101/text.pdf>. Acesso em: 13 Jul. 2023.