

QUAL É A MELHOR MÉTRICA DE DESEMPENHO PARA REPRODUZIR AS PREVISÕES DO SACE PARA A CHEIA DE NOVEMBRO DE 2023 EM ENCANTADO?

Rafaela Cristina de Oliveira¹; Fernando Mainardi Fan²; Juan Martin Bravo³; Francisco F. N. Marcuzzo⁴ & Franco Buffon⁵

Abstract: The Taquari-Antas River in Rio Grande do Sul, Brazil, is a river nationally recognized for its flood occurrences. Particularly in the years 2023 and 2024, heavy rains caused floods that surpassed historical levels up to that point. Currently operating in this basin is a forecasting system managed by the Brazilian Geological Survey (SACE), providing river level forecasts for the cities of Muçum, Encantado, Estrela, and Lajeado. The forecasts are made using hydrological models that employ multiple linear regression equations, using river levels as input data. Due to the importance of this forecasting system, the objective of this work is to identify the best performance metric to be used as the objective function in the optimization process of the parameters of the multiple linear regression equations, in order to reproduce the forecasts generated by SACE for the November 2023 flood in the city of Encantado. For this purpose, a differences model was applied in an attempt to reproduce the hydrological model of the forecasting system, using different performance metrics in the error function. The results showed that the metrics can be chosen for different applications, such as using the mean squared error for generally satisfactory performance and using the persistence index for greater accuracy in flood peaks.

Resumo: O rio Taquari-Antas no Rio Grande do Sul, Brasil, é um rio nacionalmente reconhecido pela ocorrência de inundações. Em especial nos anos de 2023 e 2024 grandes chuvas causaram cheias que superaram níveis históricos até então. Nesta bacia atualmente funciona um sistema de previsão operado pelo Serviço Geológico do Brasil, o SACE, fornecendo previsões de níveis de rios para as cidades de Muçum, Encantado, Estrela e Lajeado. As previsões são realizadas através de modelos hidrológicos que usam equações de regressão linear múltipla, usando como dados de entrada os níveis dos rios. Devida a importância desse sistema de previsão, o objetivo desse trabalho é identificar qual é a melhor métrica de desempenho a ser utilizada como função-objetivo no processo de otimização dos parâmetros das equações de regressão linear múltipla, para reproduzir as previsões geradas pelo SACE para a cheia de novembro de 2023 na cidade de Encantado. Para isso foi aplicado um modelo de diferenças buscando reproduzir o modelo hidrológico do sistema de previsão, usando diferentes métricas de desempenho na função erro. Observou-se nos resultados que as métricas podem ser escolhidas para diferentes aplicações, como o uso do erro quadrático médio para um desempenho satisfatório geral e o uso do índice de persistência para maior exatidão nos picos das cheias.

Palavras-Chave – Previsão, Sistema de Alerta de Eventos Críticos, Taquari.

1) Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH), Porto Alegre (RS), rafaela.cristina@ufrgs.br

2) Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH), Porto Alegre (RS), fernando.fan@ufrgs.br

3) Instituto de Pesquisas Hidráulicas (IPH), Porto Alegre (RS), jumarbra@iph.ufrgs.br

4) Serviço Geológico do Brasil (SGB), Porto Alegre (RS), francisco.marcuzzo@sgb.gov.br

5) Serviço Geológico do Brasil (SGB), Porto Alegre (RS), franco.buffon@sgb.gov.br

INTRODUÇÃO

A bacia hidrográfica do rio Taquari-Antas tem uma área de drenagem de aproximadamente 26.428 Km², ocupando cerca de 9% do território do Rio Grande do Sul, Brasil. O rio Taquari nasce no município de São José dos Ausentes, com o nome de rio das Antas e desemboca no rio Jacuí, na cidade de Triunfo, com aproximadamente 520 Km de extensão. Apresenta como principais afluentes os rios da Prata, Forqueta, Carreiro e Guaporé. A bacia apresenta características singulares, com a presença de seções transversais fortemente encaixadas, com vales altos e margens abruptas, alterando-se somente a jusante da cidade de Muçum, com menores declividades, margens mais baixas e altitudes menores (SGB, 2021).

O trabalho de Siqueira *et al.* (2016) apresenta que a ocorrência de cheias na região da bacia do rio Taquari é anual, e as cheias às vezes ocorrem mais de uma vez ao ano, como em 2007, 2009, 2010 e 2011. O autor também destaca que em situações críticas, a vazão do Rio Taquari pode ser superior a 10.000 m³/s, com aumentos de mais de um metro por hora no nível do rio. Collischonn *et al.* (2020), complementa o histórico de ocorrência de cheias citando a inundação que ocorreu no ano de 2020, registrada como a quarta maior desde o início da série histórica até aquele momento.

No ano de 2023 a bacia do rio Taquari passou por duas grandes cheias, uma em setembro e outra em novembro. A cheia de setembro foi catastrófica, superando os níveis já medidos na região e tornando-se a maior cheia da história da bacia hidrográfica (Alvalá *et al.*, 2024). Esses eventos causaram muita destruição, onde o aumento dos níveis dos rios foi muito rápido, levando a perda de vidas. O efeito desses eventos de cheia foi sentido no rio Guaíba, que ultrapassou a cota de inundação do Cais Mauá (Collischonn *et al.*, 2025).

Nos meses de abril e maio de 2024 as cheias anteriores foram ultrapassadas e eventos mais fortes foram registrados na bacia que drena para a Laguna dos Patos, impactando novamente a bacia do rio Taquari. Os grandes acumulados de chuvas geraram cheias simultâneas em diversos rios, fazendo com que o rio Guaíba registrasse níveis máximos, superando a grande cheia de 1941 (Collischonn *et al.*, 2025).

Atualmente, o único sistema de previsão operacional de acesso público quantitativo (que produz previsões de níveis) em vigor no estado do Rio Grande do Sul é o Sistema de Alerta de Cheias (SACE), do Serviço Geológico Brasileiro (SGB)³, que gera previsões de níveis para as bacias dos rios Taquari, Caí e Uruguai com base em níveis medidos pelas estações telemétricas, através do produto “Sistema de Alerta Hidrológico” (SAH). As previsões são geradas a partir de equações de regressão linear múltipla, contando com os dados telemétricos e coeficientes já pré-definidos. O sistema é de extrema importância para o estado, gerando previsões de curtíssimo prazo (algumas horas), que são usadas como ferramentas de enfrentamento as cheias, informando a população sobre os níveis dos rios nas próximas horas.

O sistema foi um grande aliado ao enfrentamento aos eventos de cheia dos anos de 2023 e 2024, e pensando nisso, o objetivo desse trabalho é identificar a melhor métrica de desempenho, utilizada como função-objetivo no processo de otimização dos parâmetros das equações de regressão linear múltipla, para reproduzir as previsões geradas pelo SACE para a cheia de novembro de 2023 na cidade de Encantado. Em complemento, busca-se entender como o uso das diferentes métricas de desempenho impacta nos valores dos parâmetros obtidos e na acurácia das previsões para os maiores níveis da cheia.

³ Os boletins do SACE podem ser acessados em: https://www.sgb.gov.br/sace/index_bacias_monitoradas.php#

METODOLOGIA

Modelo de diferenças

No “Relatório Técnico de Operação no período de novembro de 2020 a novembro de 2021”, desenvolvido pelo SGB, é apresentada a metodologia usada nos cálculos das previsões do SAH da Bacia do Rio Taquari, pertencentes ao SACE. Nele é descrita a técnica de modelagem empírica usada para fazer as previsões dos níveis, através de regressões lineares simples e múltiplas, usando dados de estações telemétricas. Para o ponto de análise desse estudo, a cidade de Encantado, são usados dados das estações Muçum (86510000), Linha José Júlio (86472000), e Encantado (86720000). Todas as estações estão localizadas ao longo do rio Taquari. A Tabela 1 apresenta informações sobre a estação com previsões de níveis, mostrando suas coordenadas de localização (latitude e longitude), data de início de operação, antecedência das previsões geradas e estações usadas na previsão.

Tabela 1 - Informações sobre as estações usadas no sistema de previsões do SACE para Encantado.

Estações de previsão	Lat.	Long.	Início de operação	Horizonte (h)	Estações usadas	Cota de atenção das estações(m)
Encantado	-29.235	-51.85	03/06/2009	4	86720000, 86510000, 86472000	6,5, 5 e 5

As equações de regressão utilizadas para a geração dos níveis não são apresentadas no relatório, sendo desconhecido o valor dos coeficientes usados. Buscando reproduzir as previsões do SACE, foram feitas previsões com base em um modelo de diferenças. O modelo de diferenças corresponde a um modelo que pode gerar previsões usando a diferença entre o valor atual e o valor anterior ao intervalo do horizonte de previsão. A Equação 1 mostra uma adaptação da equação de Tucci (2005), com a generalização do modelo para a situação de um trecho de rio com afluentes:

$$n_{t+\tau} = a_n \Delta I_{t-\tau}^n + b \Delta n_{t-\tau} + n_t + c \quad (1)$$

Em que:

$\Delta I_{t-\tau}^n$ representa as variações de nível nas estações a montante do ponto de previsão, entre o instante t e o instante $t - \tau$ (antecedência da previsão); $\Delta n_{t-\tau}$ corresponde à variação dos níveis na estação em que é feita a previsão, entre o instante t e o instante $t - \tau$ (antecedência da previsão); n_t é igual ao nível da estação de previsão no instante t ; a_n, b e c correspondem, respectivamente, aos coeficientes das estações de montante, da estação da previsão e de um coeficiente independente.

Buscando tentar reproduzir o sistema de regressões utilizado pelo SACE, foi aplicado o modelo de diferenças, cuja metodologia iniciou com a criação das séries históricas, com dados horários, das estações apresentadas na Tabela 1, utilizadas para gerar as previsões. O período de calibração escolhido para a estação Encantado foi o período imediatamente anterior ao mês do evento escolhido para a validação do modelo (novembro de 2023). Nesse evento ocorreu uma grande cheia na região, que foi monitorada pela maior parte das estações, possibilitando o uso de dados telemétricos, e assim, a aplicação do modelo de diferenças. Dentro do período de calibração foram selecionados os eventos de cheia, como sendo os eventos cujos níveis ultrapassavam, concomitantemente, os níveis de atenção determinados para cada uma das estações pelo SGB

(apresentados na Tabela 1). Eventos de curta duração, que impossibilitavam a aplicação plena do modelo de diferenças foram descartados.

Com os eventos de cheia selecionados, foi aplicado o modelo de diferenças, gerando previsões, das quais foi calculado o erro entre os dados previstos e observados. Buscando realizar a otimização dos parâmetros a , b e c (Equação 1), o erro foi ponderado de diferentes formas por cada uma das funções-objetivo e minimizado usando o método “L-BFGS-B”, que é uma variação do algoritmo de otimização L-BFGS (*Limited-memory Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno*). Ele é um método de otimização capaz de lidar com restrições de limites das variáveis de decisão, usando a matriz Hessiana. Essa matriz contém as segundas derivadas parciais da função multivariada, fornecendo informações sobre os pontos críticos da função, como mínimo local, máximo local ou ponto de sela. A cada iteração é calculado o passo com a direção de descida estimada pela inversa da matriz Hessiana e o gradiente atual da função. Assim, foram obtidos os parâmetros a , b e c e gerada uma equação de regressão para cada uma das três estações com previsões.

Para a validação do modelo de diferenças, a equação de regressão foi aplicada na geração de previsões para o evento de novembro de 2023. As previsões geradas foram comparadas com os dados observados e com os resultados das previsões do SACE. Os dados das previsões do SACE foram obtidos diretamente nos boletins emitidos pelo SGB. O primeiro boletim com dados de previsão de nível foi publicado no dia 17/11/2023 às 6h e o último no dia 20/11/2023 às 17h. Os boletins foram publicados, em média, a cada 4 horas, com o aumento no intervalo de publicação conforme ocorria a atenuação da cheia.

Após o cálculo das previsões com o modelo de diferenças, foram consideradas incertezas aos valores “exatos” obtidos pelas previsões. Essas incertezas foram determinadas como sendo 5% a mais e a menos do valor previsto. O objetivo da inclusão das incertezas foi representar uma faixa de valor possíveis para o nível previsto, enfatizando que ele pode sofrer alterações devido a uma série de fatores, que serão abordados nos resultados e discussões. Por fim, no período de validação foram estimadas duas métricas de desempenho: o erro médio absoluto e o erro médio das previsões. O erro médio absoluto apresenta as diferenças absolutas entre os valores observados e previstos, e quanto mais próximo de zero, melhor o resultado, que mostra que os valores previstos e observados estão muito próximos. Já o erro médio relativo, que não conta com o absoluto das diferenças, erros positivos e negativos podem acabar se compensando, fazendo com que o resultado não apresente a real proporção do erro.

Métricas de desempenho no processo de otimização dos coeficientes

As métricas de desempenho são usadas no processo de otimização dos coeficientes das equações de regressão linear múltipla como funções-objetivo. A função-objetivo quantifica o desempenho do modelo no período de calibração com base nos valores dos parâmetros utilizados. Ferreira *et al.* (2020) analisaram as funções objetivo usadas como métricas de performance de modelos hidrológicos, que serviram como base para a escolha das métricas aplicadas nesse trabalho.

Buscando avaliar o impacto do uso de diferentes métricas de desempenho como função-objetivo, foram testadas as seguintes métricas: *Nash-Sutcliffe efficiency* (NSE), *Persistence Index* (PI), *Root mean square error* (RMSE), *Kling-Gupta efficiency* (KGE) e *Sum squared errors of daily streamflows* (SSEQ).

$$NSE = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{c(i)} - Q_{o(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{o(i)} - \overline{Q_{o(i)}})^2} \quad (2)$$

$$PI = 1 - \frac{\sum_{i=1}^n (Q_{c(i)} - Q_{o(i)})^2}{\sum_{i=1}^n (Q_{o(i)} - Q_{o(i-1)})^2} \quad (3)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (Q_{c(i)} - Q_{o(i)})^2} \quad (4)$$

$$KGE = 1 - \sqrt{(r - 1)^2 + (\alpha - 1)^2 + \left(\frac{\overline{Q_{c(i)}}}{\overline{Q_{o(i)}}} - 1 \right)^2} \quad (5)$$

$$SSEQ = \sum_{i=1}^n (Q_{c(i)} - Q_{o(i)})^2 \quad (6)$$

Em que: Q_c corresponde as previsões calculadas, Q_o aos dados observados, $\overline{Q_o}$ a média dos dados observados, $\overline{Q_c}$ a média dos dados calculados, r a correlação de entre as previsões e os dados observados, α a relação entre os desvios padrão dos dados previstos e observados.

O NSE deve ser maximizado e foi escolhido por ser uma métrica que penaliza os erros das vazões máximas, que para previsões é eficiente, já que elas buscam acertar os níveis máximos. O PI deve ser maximizado e é uma métrica difícil de ser batida, pois inclui no seu cálculo as diferenças entre o valor observado no instante atual e o valor observado no instante anterior. O RMSE deve ser minimizado e pondera a diferença entre os observados e calculados pelo número total de previsões, possibilitando entender, de maneira geral, como as diferenças entre calculado e observado se dão de maneira individual.

O KGE deve ser maximizado e já inclui outros aspectos, com a correlação, a relação entre os desvios padrão e a relação entre as médias dos dados calculados e observados. Para as previsões de curtíssimo prazo, estudadas nesse trabalho, a correlação não é o fator mais importante, já que se busca acertar nos valores exatos, e não em como os valores calculados seguem a tendência dos observados. Por fim, o SSEQ que deve ser minimizado é uma métrica mais simples, busca entender o quanto os dados calculados se afastam dos observados, elevando ao quadrado as diferenças, buscando aumentar o seu peso.

Como a ferramenta de otimização utilizada minimiza qualquer função-objetivo, no caso do NSE, IP e KGE, cujos valores ótimos são 1, foram minimizadas as partes das equações que são subtraídas de 1, já que se espera que essas partes das equações sejam 0, para que quando subtraídas de 1, resultem em 1. Para o RMSE e SSEQ, o processo de minimização foi realizado com as equações de maneira completa, já que os seus valores ótimos são 0. Por fim, essas métricas foram também estimadas no período de validação.

Resultados e discussões

Com a aplicação das diferentes métricas de desempenho como função-objetivo, foram obtidos os coeficientes das equações de regressão linear múltipla. A seguir são apresentadas as equações para cada uma das métricas:

$$NSE: n_{t+4} = 0,45 * \Delta I_{t-4}^1 + 0,24 * \Delta I_{t-4}^2 + 0,04 * \Delta n_{t-4} + n_t - 0,08 \quad (7)$$

$$PI: n_{t+4} = 0,49 * \Delta I_{t-4}^1 + 0,26 * \Delta I_{t-4}^2 - 0,001 * \Delta n_{t-4} + n_t - 0,08 \quad (8)$$

$$RMSE: n_{t+4} = 0,51 * \Delta I_{t-4}^1 + 0,19 * \Delta I_{t-4}^2 + 0,06 * \Delta n_{t-4} + n_t - 0,09 \quad (9)$$

$$KGE: n_{t+4} = 0,49 * \Delta I_{t-4}^1 + 0,28 * \Delta I_{t-4}^2 - 0,07 * \Delta n_{t-4} + n_t - 0,08 \quad (10)$$

$$SSEQ: n_{t+4} = 0,66 * \Delta I_{t-4}^1 + 0,06 * \Delta I_{t-4}^2 + 0,10 * \Delta n_{t-4} + n_t - 0,04 \quad (11)$$

Observa-se que os coeficientes relacionados as estações de montante variaram de 0,66 a 0,19, enquanto para a estação de jusante, variaram de 0,1 a 0,001, e, por fim, o coeficiente independente variou de 0,09 a 0,004. Vale ressaltar que quando maior o coeficiente, mais peso será dado para o seu valor relacionado. Nesse sentido, observa-se uma tendência de uso do maior valor de coeficiente para a primeira estação de montante, nesse caso a estação Linha José Júlio. Os resultados das previsões utilizando cada uma das equações obtidas no período de validação são apresentadas nas figuras a seguir:

Figura 1 - Resultado das previsões usando a equação cujos parâmetros foram obtidos maximizando o NSE.

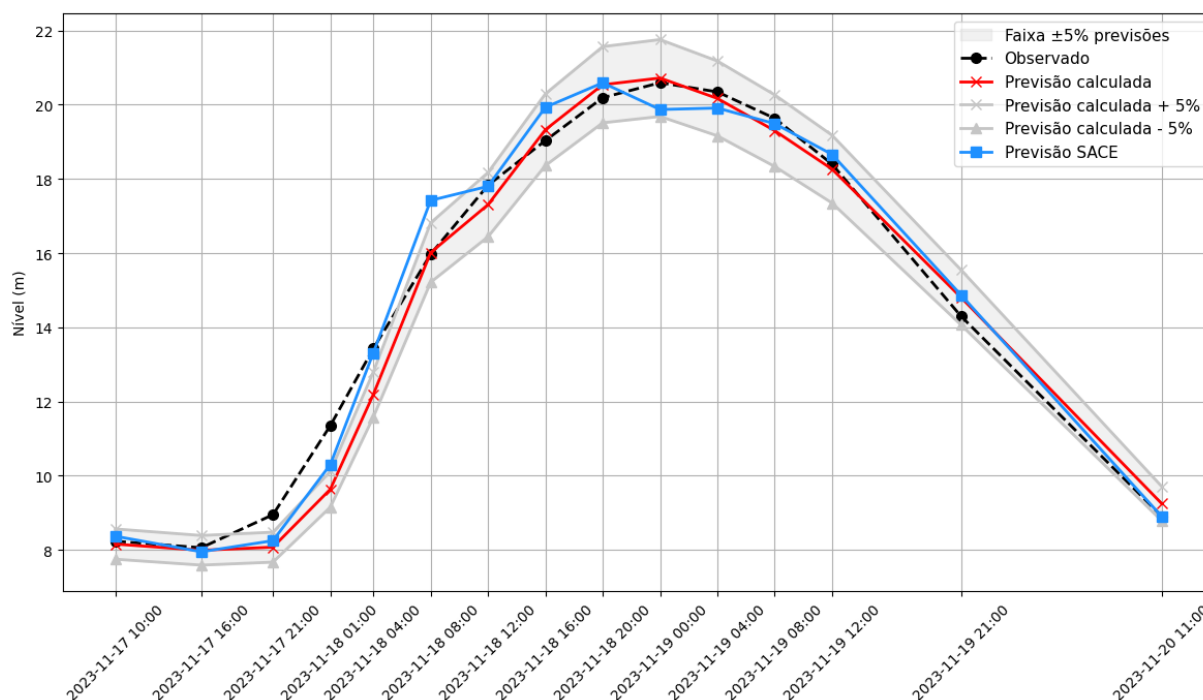


Figura 2 - Resultado das previsões usando a equação cujos parâmetros foram obtidos maximizando o PI como função erro.

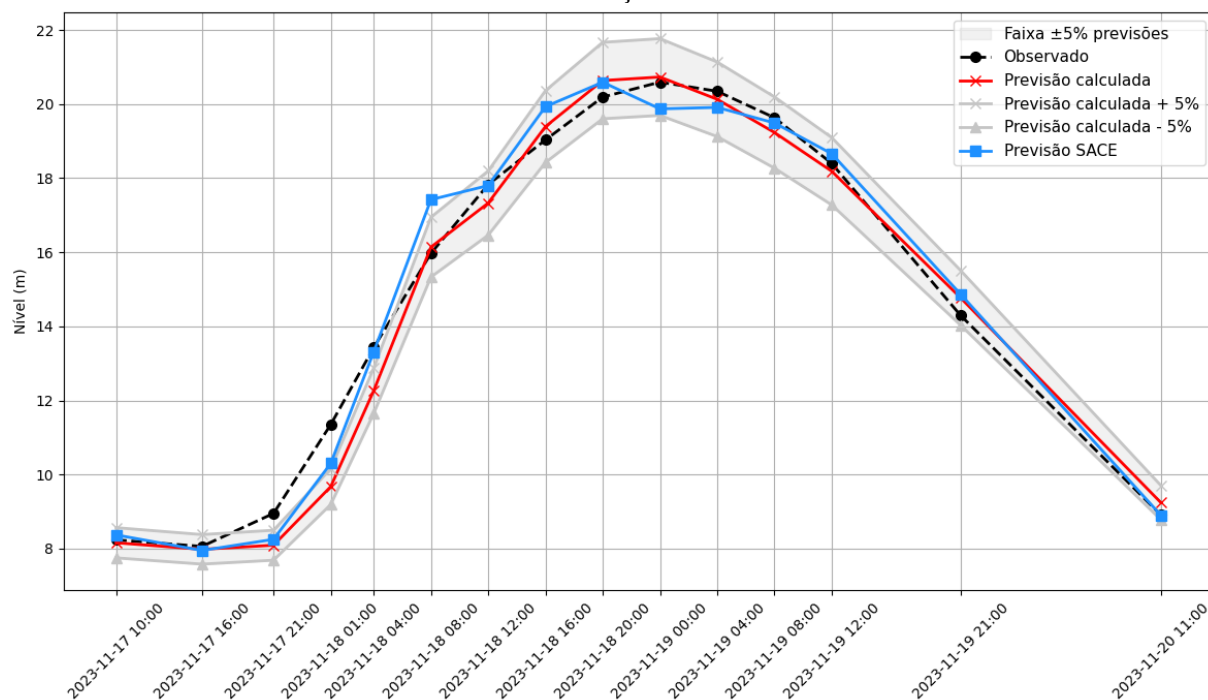


Figura 3 - Resultado das previsões usando a equação cujos parâmetros foram obtidos minimizando o RMSE.

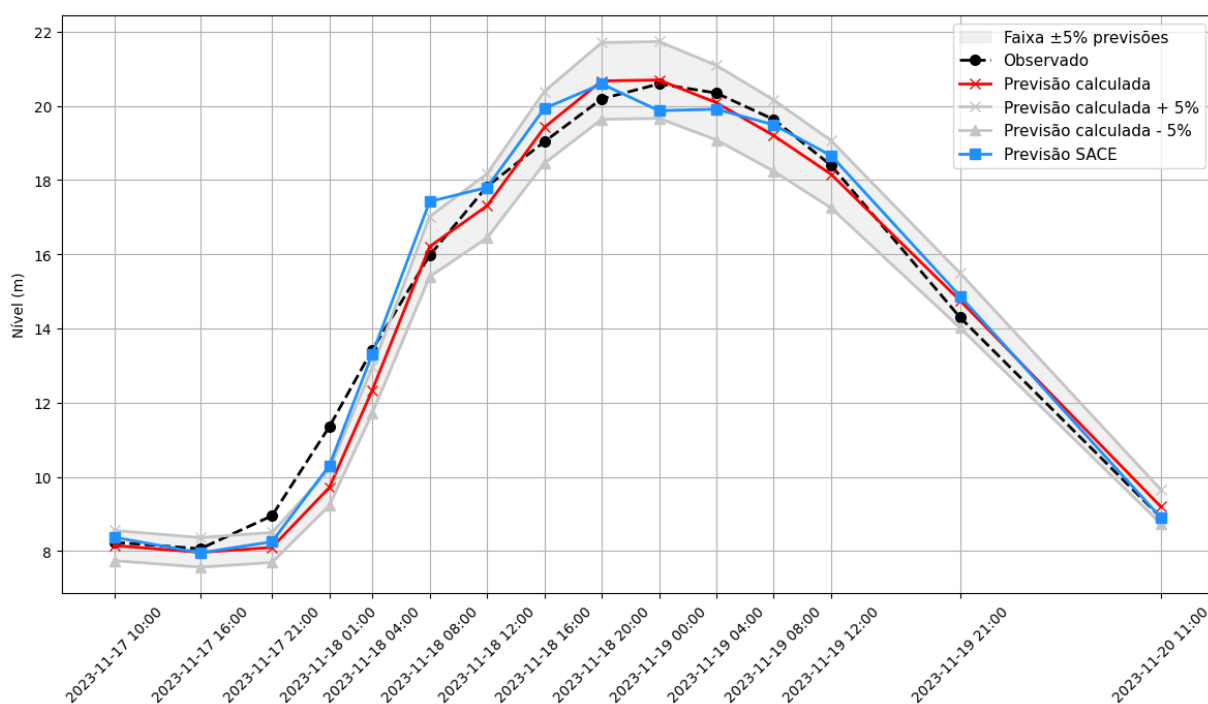


Figura 4 - Resultado das previsões usando a equação cujos parâmetros foram obtidos maximizando o KGE.

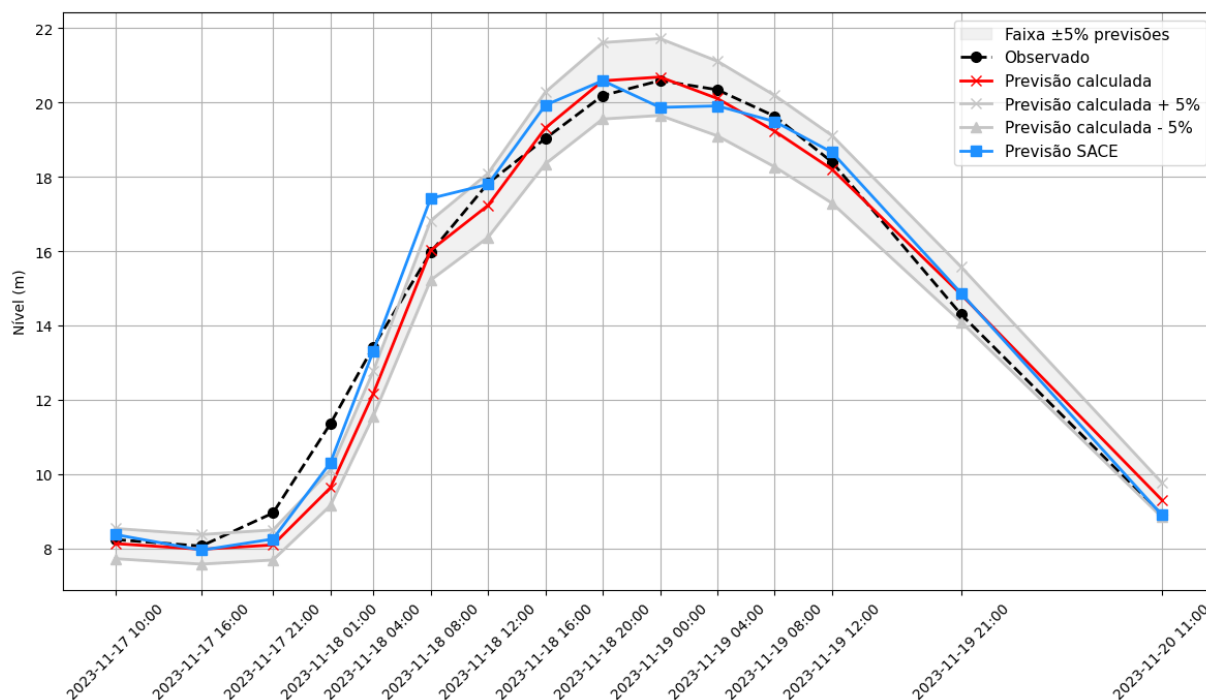
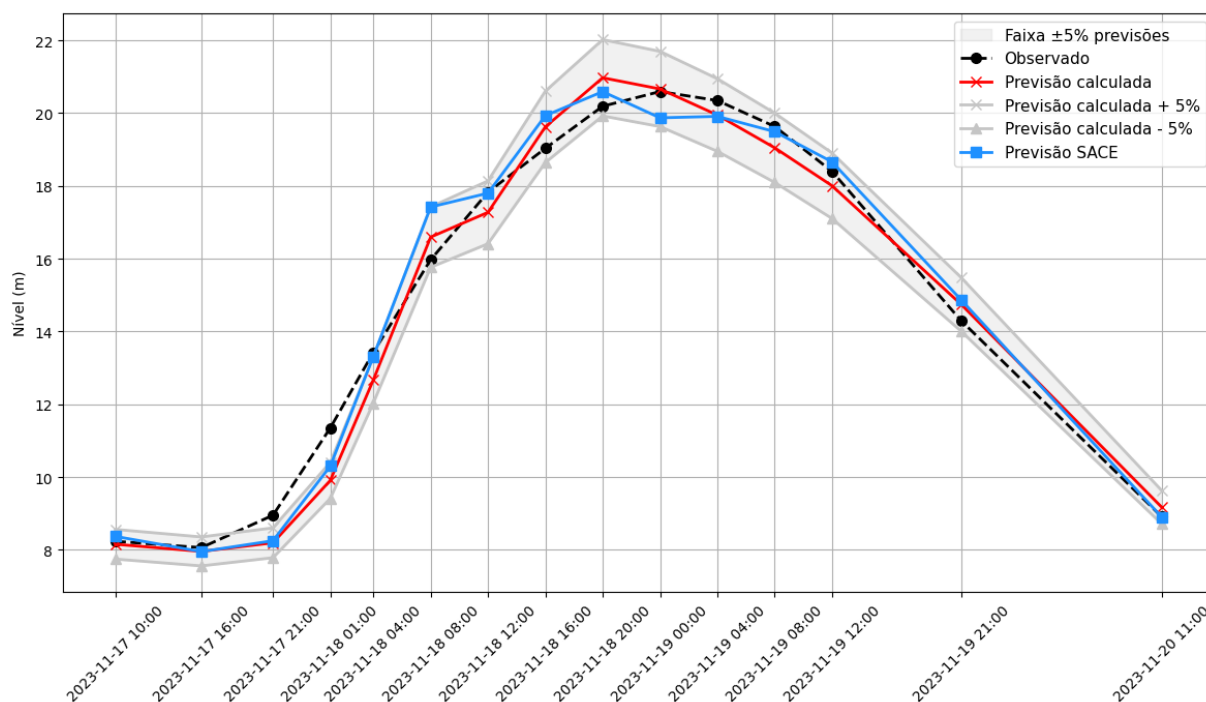


Figura 5 - Resultado das previsões usando a equação cujos parâmetros foram obtidos minimizando o SSEQ.

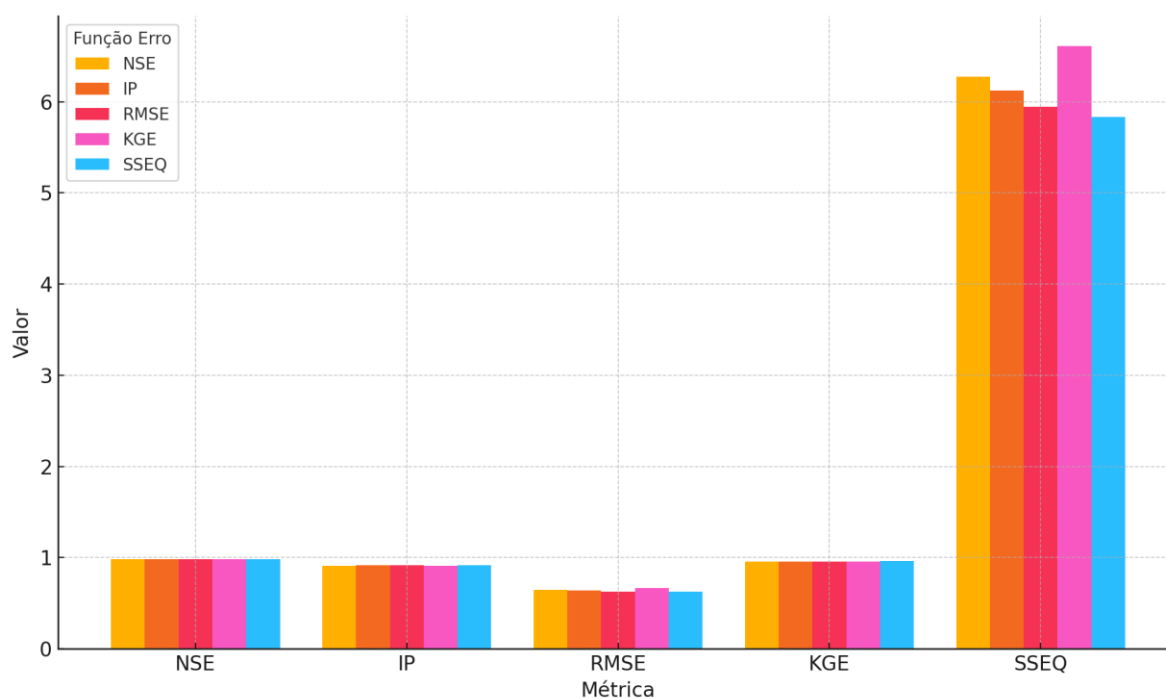


As figuras mostram que os resultados da previsão calculada (obtida pelo método das diferenças) foram muito próximos das previsões realizadas pelo SACE, com uma pequena diferença de subestimativa na maioria das previsões. A região de ascensão dos níveis mostrou subestimativas nas previsões calculadas e nas previsões do SACE, deixando os dados observados de fora da faixa das previsões. Já na região de recessão dos níveis os dados observados ficaram dentro da faixa das

previsões. Na região de pico dos níveis ocorreram momentos de superestimativa e de subestimativa, porém com o acerto da previsão calculada sobre o nível mais alto de toda a cheia.

Destaca-se que a equação definida com o PI foi quem melhor conseguiu acertar os valores da região de pico do evento, que foi considerada como começando as 12h do dia 18/11 e indo até as 4 horas do dia 19/11. Essa informação é muito valiosa, já que acertar nos níveis máximos é uma das melhores características desejadas em um bom sistema de previsão de alerta de inundações. De maneira geral, a faixa de valores de previsão (incluindo as duas curvas de incerteza dos níveis) conseguiram representar bem a cheia, quando comparados com os dados observados. Seguida da equação definida com o PI veio a equação definida com o NSE, que também representou bem os picos, e ambas as métricas venceram a superestimativa enfrentada pelas previsões do SACE para as 8h da manhã do dia 18/11. A Figura 6 mostra o desempenho de cada uma das equações em todas as métricas utilizadas no ajuste.

Figura 6 – Desempenho de cada equação em todas as métricas utilizadas.



Considerando os valores ótimos apresentados anteriormente, a equação definida com a SSEQ apresentou os melhores valores em todas as métricas. Esse resultado mostra que o SSEQ tem muito potencial para ser usado, porém, como as equações definidas com o PI e o NSE representam melhor os valores de pico, e tem resultados das métricas muito próximos ao SSEQ, eles devem ser levados em consideração, dependendo do que se gostaria de valorizar. Nesse sistema de previsão é muito interessante que os picos sejam bem representados, não subestimando (o que pode levar a pessoa permanecerem em suas casas), mas também não superestimando (o que pode não trazer confiança da população em relação ao sistema de previsão). Já comparando com o SACE, as métricas de desempenho mostraram os mesmos resultados do uso da SSEQ como função-objetivo, apresentadas a seguir: NSE de 0,982, IP de 0,919, RMSE de 0,624 m, KGE de 0,965 e SSEQ de 5,834 (m²).

Em complemento, foram calculados o EMR e o EMA no período de validação usando as diferentes equações definidas anteriormente, e para as previsões do SACE. O menor EMA foi da equação definida com o NSE e o menor EMR foi o da equação definida com o SSEQ. O valor absoluto

do EMR do SACE foi menor do que para as previsões calculadas, porém para o EMA o resultado foi oposto. Isso mostra o quanto as previsões calculadas estão próximas as previsões do SACE.

Tabela 2 - Resultados do EMR e EMA para as diferentes funções erro.

Métricas	Calculado		SACE	
	EMR	EMA (m)	EMR	EMA (m)
NSE	-0,015	0,453	0,002	0,469
IP	-0,014	0,473		
RMSE	-0,014	0,479		
KGE	-0,016	0,482		
SSEQ	-0,01	0,523		

CONCLUSÕES

O presente trabalho teve como objetivo identificar a melhor métrica de desempenho a ser utilizada como função-objetivo no processo de otimização dos parâmetros das equações de regressão linear múltipla, para reproduzir as previsões geradas pelo SACE para uma localidade na bacia do rio Taquari-Antas n RS, Brasil. A partir dos resultados apresentados, foi possível concluir as seguintes informações:

- A equação de regressão linear múltipla definida com o SSEQ como função-objetivo mostrou os melhores resultados no conjunto de métricas no período de validação (NSE:0,982, IP:0,919, RMSE:0,624, KGE:0,960, SSEQ:5,833), quando comparada com as equações definidas com outras métricas testadas.
- A equação de regressão linear múltipla definida com o PI mostrou os melhores desempenhos para as máximas, acertando os valores de pico da cheia.
- As métricas podem ser escolhidas para diferentes aplicações, como o uso do SSEQ para um desempenho satisfatório geral, e o uso do PI para a maior exatidão nos picos das cheias.
- A equação de regressão linear múltipla definida com o SSEQ mostrou os mesmos resultados no conjunto de métricas de desempenho que o SACE, reforçando o seu potencial de aplicação.

REFERÊNCIAS

- DOS SANTOS ALVALÁ, R.C. *et al.* (2024). “Analysis of the hydrological disaster occurred in the state of Rio Grande do Sul, Brazil in September 2023: Vulnerabilities and risk management capabilities”. International Journal of Disaster Risk Reduction, v. 110, p. 104645.
- BUFFON, F. *et al.* (2021). “Relatório de Atividades Departamento de Hidrologia: Sistema de Alerta Hidrológico da Bacia do rio Taquari: relatório técnico de operação no período de novembro de 2020 a novembro 2021”. Porto Alegre: CPRM.
- COLLISCHONN, W. *et al.* (2020). “Análise da antecedência mínima necessária para previsões de inundações em Lajeado no Rio Taquari, RS” in Anais do II END – Encontro Nacional de Desastres, Virtual.
- COLLISCHONN, W. *et al.* (2025). “The exceptional hydrological disaster of April-May 2024 in southern Brazil”. Revista Brasileira de Recursos Hídricos – RBRH, ISSN 1415-4366, v. 1.
- FERREIRA, P.M.L.; PAZ, A.R.; BRAVO, J.M. (2020). “Objective functions used as performance metrics for hydrological models: state-of-the-art and critical analysis”. RBRH, v. 25, e42.
- SIQUEIRA, V.A. *et al.* (2016). “Ensemble flood forecasting based on operational forecasts of the regional Eta EPS in the Taquari-Antas basin”. RBRH, v. 21, p. 587-602.
- TUCCI, C.E.M. (2005). Modelos hidrológicos. Porto Alegre: Editora UFRGS.