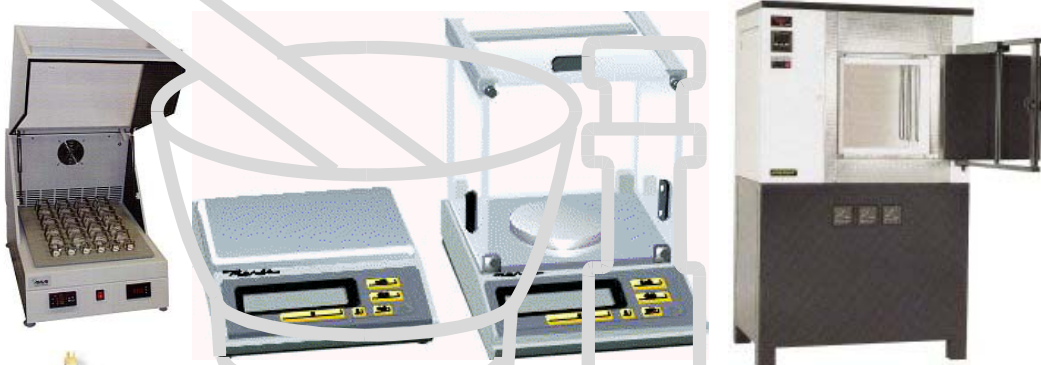


Ministério de Minas e Energia  
Secretaria de Geologia, Mineração e Transformação Mineral  
Serviço Geológico do Brasil - CPRM  
Diretoria de Relações Institucionais e Desenvolvimento



**TÉCNICAS ESTATÍSTICAS APLICÁVEIS  
A TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES ORIUNDAS  
DE PROCEDIMENTOS LABORATORIAIS**

*José Leonardo Silva Andriotti*



 **CPRM**  
Serviço Geológico do Brasil

Superintendência Regional de Porto Alegre  
Outubro de 2005

**MINISTÉRIO DE MINAS E ENERGIA**

***Silas Rondeau Cavalcante Silva***

Ministro de Estado

**SECRETARIA DE GEOLOGIA, MINERAÇÃO E TRANSFORMAÇÃO MINERAL**

***Cláudio Scliar***

Secretário

**COMPANHIA DE PESQUISA DE RECURSOS MINERAIS - CPRM**

**Serviço Geológico do Brasil**

***Agamenon Sérgio Lucas Dantas***

Diretor-Presidente

***Manoel Barretto da Rocha Neto***

Diretor de Geologia e Recursos Minerais - DGM

***José Ribeiro Mendes***

Diretor de Hidrologia e Gestão Territorial - DHT

***Fernando Pereira de Carvalho***

Diretor de Relações Institucionais e Desenvolvimento - DRI

***Alvaro Rogério Alencar Silva***

Diretor de Administração e Finanças - DAF

***Sabino Orlando Conceição Loguércio***

Chefe do Departamento de Apoio Técnico - DEPAT

***Irineu Capeletti***

Superintendente Regional de Porto Alegre - SUREG/PA

***José Leonardo Silva Andriotti***

Gerente de Relações Institucionais e Desenvolvimento - GERIDE/PA

Ministério de Minas e Energia  
Secretaria de Geologia, Mineração e Transformação Mineral  
Serviço Geológico do Brasil - CPRM  
Diretoria de Relações Institucionais e Desenvolvimento

**TÉCNICAS ESTATÍSTICAS APLICÁVEIS  
A TRATAMENTO DE INFORMAÇÕES ORIUNDAS  
DE PROCEDIMENTOS LABORATORIAIS**

*José Leonardo Silva Andriotti*

Superintendência Regional de Porto Alegre  
Outubro de 2005

---

Ficha Catalográfica

A573      Andriotti, José Leonardo Silva

Técnicas estatísticas aplicáveis a tratamento de informações oriundas de procedimentos laboratoriais / José Leonardo Silva Andriotti. – Porto Alegre: CPRM, 2005.

41 p. : ilustr.

CDU 31:57.082  
519.237

1. Estatística
2. Laboratórios
3. Análise Estatística

CPRM – Superintendência Regional de Porto Alegre  
Gerência de Relações Institucionais e Desenvolvimento – GERIDE  
Seção de Documentação Técnica – SECDOT  
Bibl. Ana Lúcia B. F. Coelho – CRB10/840

---

---

## SUMÁRIO

1. INTRODUÇÃO .....	1
2. TIPOS DE DADOS DE AMOSTRAGEM .....	2
3. TIPOS DE AMOSTRAGEM .....	3
4. PRECISÃO, EXATIDÃO, REPETIBILIDADE, REPRODUTIBILIDADE .....	4
5. DISTRIBUIÇÃO NORMAL .....	7
6. DISTRIBUIÇÃO z .....	9
7. INTERVALOS DE CONFIANÇA .....	10
8. TESTES DE HIPÓTESE .....	11
9. TESTES BIVARIADOS E UNIVARIADOS .....	16
10. DISTRIBUIÇÃO F .....	17
11. TESTE DE QUI – QUADRADO .....	18
12. GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART .....	21
13. <i>OUTLIERS</i> .....	24
14. TESTE DO ESCORE z MODIFICADO .....	25
15. TESTE DE GRUBBS .....	26
16. TESTE DE DIXON .....	28
17. TESTE DE COCHRAN .....	30
18. TESTE DE DOERFFEL .....	32
19. CORRELAÇÃO LINEAR .....	34
20. REGRESSÃO LINEAR .....	35
21. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....	37

---

---

## LISTA DE ILUSTRAÇÕES

### FIGURAS

Figura 1 – Precisão e Exatidão .....	4
Figura 2 – Precisão e Exatidão .....	5
Figura 3 – Precisão e Exatidão .....	5
Figura 4 - Distribuição Normal .....	8
Figura 5 - Distribuição Normal Padronizada .....	9
Figura 6 - Testes de Hipótese .....	13
Figura 7 – Carta de Controle de Shewhart .....	22
Figura 8 – Carta de Controle de Shewhart .....	22
Figura 9 – Processo Controlado .....	23
Figura 10 – Pontos em Zona de Ação .....	23
Figura 11 – Processo Fora de Controle .....	23
Figura 12 - Valores Críticos de Doerffel .....	32
Figura 13 - Reta de Regressão .....	35
Figura 14 - Mínimos Quadrados e Resíduos .....	36

### TABELAS

Tabela 1 – Distribuição Normal Padronizada z .....	14
Tabela 2 – Distribuição t (de Student) .....	15
Tabela 3 – Valores Críticos de Grubbs .....	27
Tabela 4 - Valores Críticos de Dixon .....	29
Tabela 5 – Valores Críticos de Cochran .....	31

---

---

## 1. INTRODUÇÃO

O presente trabalho visa apresentar os conceitos básicos de Estatística mais comumente referidos como de aplicação recomendada em procedimentos de laboratórios. Iniciamos com uma breve discussão sobre os tipos de dados e os tipos de amostragem mais usuais, segue-se a apresentação de conceitos importantes para a prática de laboratório tais como exatidão e precisão, e é apresentada uma revisão das principais características da distribuição normal de Gauss e da distribuição  $z$ ; são discutidas também as distribuições  $t$  (de Student),  $F$  (de Snedecor) e  $\chi^2$  (definida por Karl Pearson), que se revestem de importância quando se trabalha com testes de hipótese (em cujo contexto se discute, também, os intervalos de confiança).

É dado destaque ao tema *outliers*, ou valores aberrantes, que tem sido motivo de preocupações em trabalhos desta natureza, discutindo-se diversas abordagens que são feitas por diferentes autores sobre o assunto, incluindo o modo como definem o que entendem por *outlier*, alguns exemplos de aplicação dos métodos e tabelas de valores críticos relativas a estes métodos.

Por fim são apresentados de forma resumida os conceitos básicos de correlação e de regressão linear, temas que também têm várias aplicações em estudos de dados oriundos de procedimentos laboratoriais.

É importante ressaltar que a consulta a este documento não dispensa conhecimento prévio de conceitos básicos de Estatística, aí incluídos os temas referentes a medidas de tendência central ou de posição, a medidas de dispersão e a representações gráficas do tipo histogramas simples, histogramas acumulados e gráficos de probabilidades, que não foram aqui tratados por fazerem parte de grande quantidade de livros texto de Estatística Clássica.

---

## 2. TIPOS DE DADOS DE AMOSTRAGEM

**Dado nominal** é caracterizado por nomes ou categorias, neste nível não se ordena dados, como exemplos pode-se citar sim / não e sexo de pessoas. Dados Nominais são numéricos apenas aparentemente, pois não têm as propriedades dos números. Na escala de dureza dos minerais os valores 1 a 10 têm a propriedade de que  $6 > 3$ , ou que  $7 < 9$ , mas não se pode considerar válido que  $10 - 9 = 2 - 1$ , pois a diferença de dureza entre o diamante e o coríndon não é equivalente à diferença de dureza entre a gipsita e o talco, a primeira diferença é muito maior. Do mesmo modo seria incorreto afirmar que o topázio é duas vezes mais duro que a fluorita, cujos valores são 8 e 4. Em suma, só podemos estabelecer desigualdades, e a representação  $>$  não significa, necessariamente, maior do que, pode significar mais difícil que, melhor do que, etc.

**Dado ordinal** permite disposição em alguma ordem, mas as diferenças entre os valores não podem ser quantificadas, carecem de sentido, como na classificação excelente / bom / regular / ruim, e a classificação em uma competição pode ser ordenada mas a diferença entre primeiro e quinto, quatro posições, não deve ser comparada com a diferença entre o segundo e o sexto; este tipo de dados não se presta a cálculos.

**Dado intervalar** é similar ao ordinal, mas permite se determine diferenças significativas entre os dados, embora não exista um ponto de partida natural, como o zero grau Celsius (não se deve afirmar que 100 graus é duas vezes mais quente que 50 graus), neste tipo de dado as razões não têm sentido. Duas diferenças de temperaturas de cinco graus são iguais no sentido de que é necessária a mesma quantidade de calor para se elevar a temperatura de 20 para 25 ou de 60 para 65 graus. Também neste tipo de dados não é correto afirmar que 60 graus representa um calor duas vezes maior do que o representado por 30 graus.

**Dados de Razão** incluem as medidas usuais de comprimento, dinheiro, estatura, peso, volumes, áreas, pressão, tempo. O nível de razão de mensuração inclui o ponto de partida zero, nele o zero significa nenhuma quantidade presente, e para valores deste tipo tanto as diferenças como as razões têm significado, como pesos, duração em minutos ou estaturas em centímetros. Neste nível de mensuração as diferenças têm significado e existe um ponto de partida. Apresenta similaridade com o tipo intervalar, mas com ponto de partida e razões com sentido real.



---

### 3. TIPOS DE AMOSTRAGEM

**Amostragem estratificada proporcional** mantém, na amostra, a proporcionalidade do tamanho de cada estrato na população, ou seja, cada indivíduo da população tem a mesma probabilidade de pertencer à amostra. Tendo em vista que os estratos tendem a formar subgrupos mais homogêneos que a população, o resultado obtido ao se adotar este tipo de amostragem tende a gerar resultados mais precisos se comparado com uma amostra aleatória simples.

**Conglomerado** é um agrupamento de indivíduos de uma população, o resultado é uma tendência a produzir resultados menos precisos que uma amostragem estratificada. Este tipo de amostragem não exige uma relação de todos os indivíduos de uma população, inicialmente apenas dos conglomerados, e depois dos indivíduos dos conglomerados escolhidos para amostragem. Em estudos em que os indivíduos da população estão dispersos em grandes áreas a amostragem de conglomerados é mais econômica do que a amostragem aleatória simples.

Há algumas **amostragens não aleatórias** que são muito utilizadas, como a **amostragem por cotas**, que parece, na sua primeira etapa, com a amostragem estratificada proporcional, pois se seleciona, para formar a amostra, uma cota de cada subgrupo que seja proporcional ao seu tamanho, e, contrariamente à amostragem estratificada, a seleção não necessita ser aleatória.

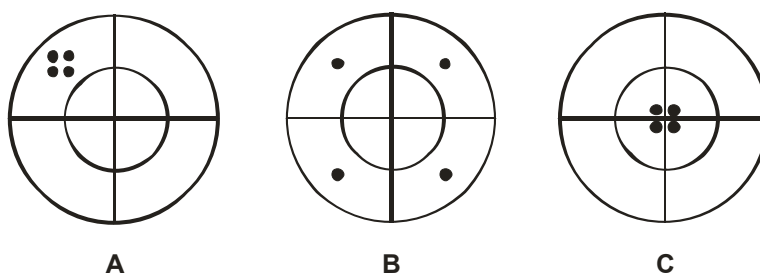
---

## 4. PRECISÃO, EXATIDÃO, REPETIBILIDADE, REPRODUTIBILIDADE

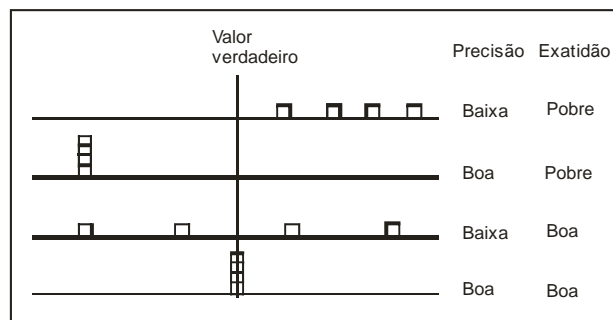
Levinson (1974) comenta que em exploração geoquímica a **precisão**, que ele define como a capacidade de reproduzir ou repetir o mesmo resultado, normalmente tem maior importância que a **acuracidade**, definida como sendo a aproximação a um determinado valor verdadeiro, pelo menos nas fases iniciais de um programa exploratório, e cita um exemplo em que valores de Zn se repetem em torno de 200 ppm, o que denota precisão, e que embora o valor verdadeiro seja 250 ppm não se gera um grande problema porque o que se tem em mãos é um conjunto de resultados medidos da mesma maneira, o que permite comparar resultados em diferentes locais de amostragem e, assim, delimitar anomalias, que são o interesse maior de uma fase inicial em exploração geoquímica.

A **precisão** mede o grau de concordância entre diversas medições feitas sobre o mesmo atributo, e serve para orientar os laboratórios sobre a dispersão do método adotado em certo procedimento analítico, e a **exatidão** ou **acuracidade** mede a concordância de vários resultados obtidos, por meio de seu valor médio, com o valor real, geralmente representado por um padrão de referência aceito como válido. As cartas de controle são ferramentas utilizadas para se aferir a precisão.

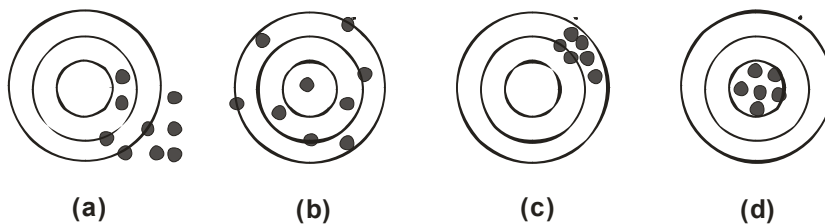
As **figuras 1, 2 e 3** mostram, de forma esquemática, os conceitos de precisão e exatidão. Na **figura 1** a situação **A** representa alta precisão e baixa acuracidade, ou seja, os valores se repetem mas não refletem o valor real do atributo estudado, a situação **B** representa imprecisão, uma vez que os valores não se repetem, mas acuracidade, uma vez que a média dos resultados obtidos reflete o valor real, e a situação **C** une altas precisão e acuracidade. A **figura 2** é uma outra representação destes conceitos, e a **figura 3** mostra, na situação **a**, precisão baixa associada a viés, ou erro sistemático, a situação **b** retrata baixa precisão mas sem viés, a situação **c** mostra precisão elevada com viés também elevado e a situação **d** representa precisão elevada e não enviezamento.



**Figura 1 – Precisão e Exatidão**



**Figura 2 – Precisão e Exatidão**



**Figura 3 – Precisão e Exatidão**

A **exatidão** pode ser expressa em termos percentuais, é o resultado da divisão da média da amostra de referência pela média verdadeira, ou seja, pelo valor verdadeiro da amostra de referência, 100% é o seu valor mais elevado.

A **precisão** se faz com amostras de controle, e pode ser expressa pelo coeficiente de variação, que é a divisão do desvio padrão pela média aritmética da amostra, e comparações entre precisões em diferentes níveis de concentração podem ser feitas pela aplicação do teste F, concluindo-se que se as diferenças neste teste não forem significativas ao nível de confiança escolhido a precisão do método se mantém para todo o intervalo de medição.

**Repetibilidade** é definida como sendo a diferença máxima aceitável entre medições feitas no mesmo dia, sobre o mesmo material, na bibliografia especializada é geralmente representada por  $r$ . A repetibilidade mede a concordância entre valores medidos com o mesmo método pela mesma pessoa, pelo mesmo equipamento, ou em mesma época. O valor de  $r$  é definido (para quantidades de dados iguais ou maiores que 10 e para 95% de confiabilidade) como sendo

$$r = 2,8 \cdot S_r$$

onde 2,8 é resultado da operação  $2 \cdot \sqrt{2}$ , valor oriundo da distribuição normal, e  $S_r$  representa o desvio padrão dos resultados obtidos. Se trabalharmos com grau diferente de confiabilidade se usa

$$r = t \cdot \sqrt{2} \cdot S_r$$

sendo o valor de  $t$  de Student relativo a um determinado  $\alpha$  e um certo número de graus de liberdade.

---

**Reprodutibilidade** é definida como sendo a maior diferença aceitável entre medições feitas em dias diferentes, normalmente representada por **R**. É uma medida da concordância entre os resultados alcançados pela aplicação do mesmo método em amostras analisadas por operadores diferentes, ou laboratórios diferentes, ou mesmo equipamentos e épocas diferentes. O valor de **R** é definido (para quantidades de dados iguais ou maiores que 8 e para 95% de confiabilidade) como sendo

$$\mathbf{R} = 2,8 \cdot \mathbf{S}_R$$

onde 2,8 é resultado da operação  $2 \cdot \sqrt{2}$ , valor oriundo da distribuição normal, e **S<sub>R</sub>** representa o desvio padrão dos resultados obtidos. Se trabalharmos com grau diferente de confiabilidade se usa

$$\mathbf{R} = \mathbf{t} \cdot \sqrt{2} \cdot \mathbf{S}_R$$

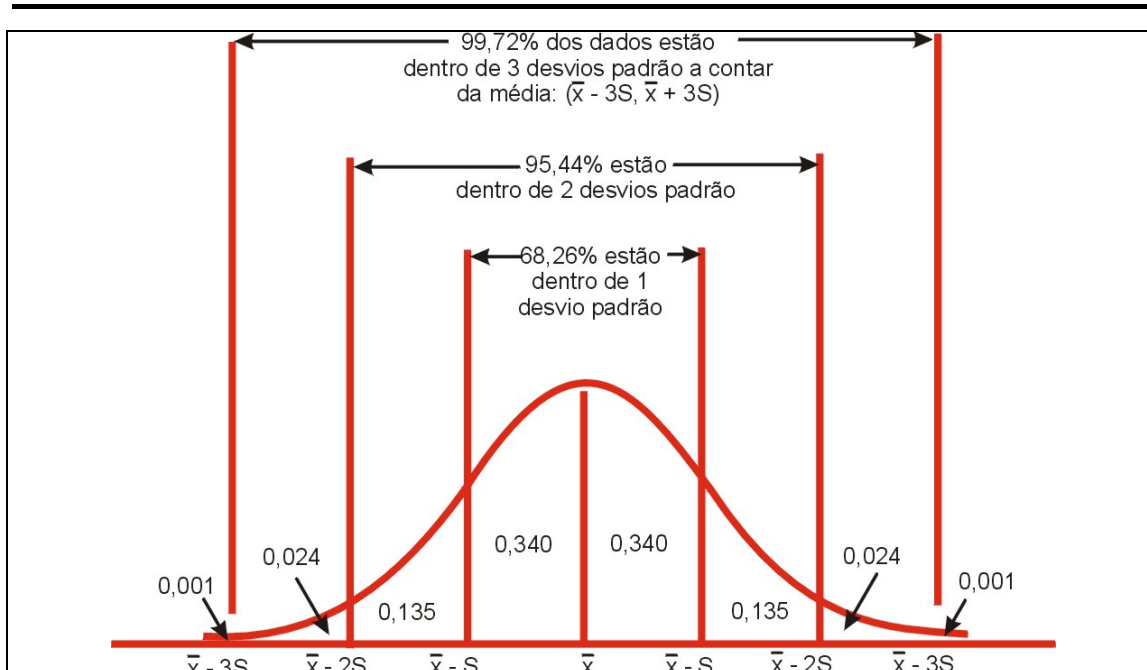
sendo o valor de **t** de Student relativo a um determinado  $\alpha$  e um certo número de graus de liberdade.

---

## 5. DISTRIBUIÇÃO NORMAL

A curva normal é simétrica em relação à origem, sendo a área total sob a curva arbitrada como valendo 1 ou 100%, e a variável estudada tem uma probabilidade de ocorrência entre dois pontos igual à área sob a curva compreendida entre estes dois valores. Variáveis cujos resultados numéricos são resultado de diversos efeitos aleatórios pequenos e não relacionados têm distribuição aproximadamente normal.

- Há uma família de distribuições normais de probabilidade, diferenciáveis por suas médias  $\mu$  e por seus desvios padrão  $\sigma$ ;
- O ponto mais alto da curva concentra a média, a mediana e a moda da distribuição;
- O desvio padrão determina a largura da curva, valores maiores resultam em curvas mais largas e mais planas, mostrando maior variabilidade nos dados;
- A percentagem de valores em alguns intervalos comumente usados são:
  - 68,26% dos valores de uma variável aleatória normal estão dentro do intervalo compreendido entre as distâncias máximas de um desvio padrão positivo e um desvio padrão negativo a partir da sua média
  - 95,44% dos valores de uma variável aleatória normal estão dentro do intervalo compreendido entre as distâncias máximas de dois desvios padrão positivos ou negativos a partir da sua média
  - 99,72% dos valores de uma variável aleatória normal estão dentro do intervalo compreendido entre as distâncias máximas de três desvios padrão positivos ou negativos a partir da sua média



**Figura 4 - Distribuição Normal**

O **Teorema do Limite Central** estabelece que se a população sob amostragem tiver distribuição normal a distribuição das médias amostrais também será normal para todos os tamanhos de amostra, mas se a população original não tiver distribuição normal a distribuição da média das amostras será aproximadamente normal para grandes amostras, não é necessário o conhecimento da distribuição de uma população para fazermos inferências sobre ela, desde que o tamanho da amostra seja grande.

---

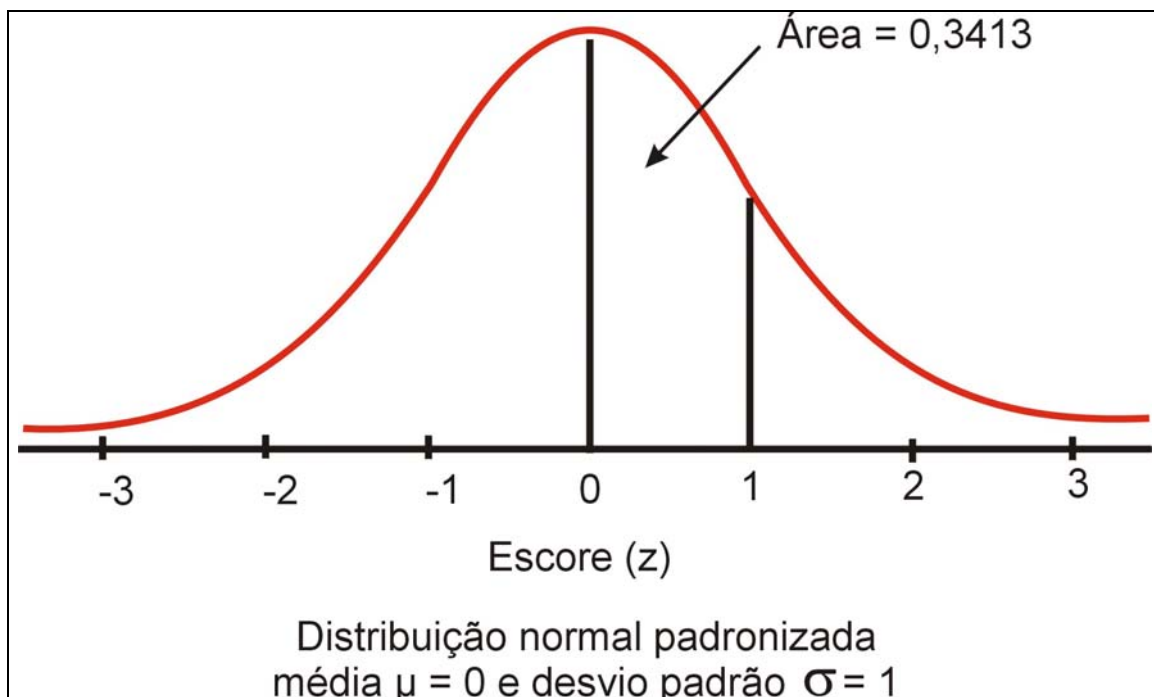
## 6. DISTRIBUIÇÃO z

O escore padronizado ou escore **z** é o número de desvios padrão pelo qual um valor qualquer dista da média, e vale

$$z = (X_i - \bar{X}) / S$$

onde **X<sub>i</sub>** representa cada observação,  **$\bar{X}$**  representa a média e **S** o desvio padrão.

- A estatística **z** tem distribuição normal **N(0,1)**, ou seja, com média igual a zero e variância igual a um.
- Quando se tem pequenas amostras – assim consideradas aquelas com menos de 30 observações – o **z** da distribuição normal não é adequado por não captar bem as diferenças entre os parâmetros populacionais e os amostrais, especialmente quando a dispersão populacional é grande. Em tais casos, ele é substituído pelo **t** da distribuição de Student.
- Se quisermos saber o valor da área entre **z** igual a zero e um se encontra 1,0 na coluna à esquerda da tabela e depois se busca 0,00 na linha superior, se interceptam no valor de 0,3413, logo a probabilidade de **z** estar entre 0 e 1 vale 0,3413. Da mesma forma, entre 0 e 1,25 se busca a linha 1,2 e se move pela tabela até a coluna 0,05, encontrando **z** = 0,3944.



**Figura 5 - Distribuição Normal Padronizada**

---

## 7. INTERVALOS DE CONFIANÇA

É um intervalo baseado em observações de uma amostra e construído de modo que haja uma probabilidade especificada de o verdadeiro valor desconhecido de um parâmetro estar contido neste intervalo; nível de confiança é a probabilidade de o intervalo conter o verdadeiro valor do parâmetro. É um intervalo real centrado na estimativa pontual que deverá conter o parâmetro com determinada probabilidade. A probabilidade de o intervalo conter o parâmetro estimado é denominado **nível de confiança** associado ao intervalo, cuja notação mais usual é  $(1 - \alpha)$ .

Quando se tiver uma distribuição de uma estatística **S** aproximadamente normal, de média  $\mu_s$  e desvio padrão  $\sigma_s$ , está-se autorizado a esperar, ou a estar confiante de encontrar  $\mu_s$  no intervalo  $\mathbf{S} \pm \sigma_s$  em aproximadamente 68,26% das vezes, ou no intervalo  $\mathbf{S} \pm 2\sigma_s$  em cerca de 95,44% das vezes ou ainda no intervalo  $\mathbf{S} \pm 3\sigma_s$  em cerca de 99,72% das vezes.

Chama-se 68,26%, 95,44% e 99,72% de intervalos de confiança, sendo os extremos de cada intervalo os limites de confiança. Do mesmo modo se tem que  $\mathbf{S} \pm 1,96\sigma_s$  e  $\mathbf{S} \pm 2,58\sigma_s$  são os limites de confiança para **S** para os intervalos respectivos de 95% (ou 0,95) e 99% (ou 0,99). O que se afirma é que o percentual escolhido (68,26, 95,44 ou 99,72, por exemplo) representa a percentagem das vezes de que os intervalos contenham a verdadeira média, o que não é o mesmo que afirmar que esta é a probabilidade de ela cair dentro do intervalo, que é uma afirmação incorreta, pois ela é um número e, assim, está ou não está dentro do intervalo referido. Intervalo de 95% de confiança de que um valor desconhecido esteja entre 10 e 20, por exemplo, significa que obtivemos estes valores por um método que fornece resultados corretos em 95% das vezes.

Os limites dos intervalos são estabelecidos pelos valores

**(estimativa – erro, estimativa + erro)**

ou

$$[ \bar{X} \pm (t \text{ ou } z) \cdot S / \sqrt{n} ]$$

onde  $\bar{X}$  é a média da amostra, **S** o desvio padrão da mesma, **n** a quantidade de dados disponíveis e **t** ou **z** o processo utilizado, lembrando que estão relacionados a um valor de  $\alpha$  pré-determinado.



---

## 8. TESTES DE HIPÓTESE

Ao se admitir uma hipótese qualquer como verdadeira, testa-se a sua validade para determinados níveis de confiança através dos chamados testes de hipótese. Ao se trabalhar sobre testes de hipótese dois tipos de erro podem estar presentes, e são denominados de tipos I e II.

Se rejeitamos  $H_0$  – a hipótese nula - (e aceitamos  $H_a$ , a hipótese alternativa) quando, de fato,  $H_0$  é verdadeira, cometemos um **erro tipo I**. **Erro do tipo I** se chama nível de significância e se anota por  $\alpha$ , que é a probabilidade de o teste rejeitar a hipótese nula  $H_0$  quando ela é, na verdade, verdadeira.

Se aceitamos  $H_0$  (rejeitamos  $H_a$ ) quando, de fato,  $H_a$  é verdadeira, cometemos um **erro tipo II**. **Erro do tipo II** consiste em não rejeitar a hipótese nula quando ela for falsa,  $\beta$  é a probabilidade do **erro do tipo II**.

O ideal seria se estes dois valores pudessem valer zero, o que não é possível, o mais usual em um estudo é a fixação prévia do valor de  $\alpha$  e  $n$  (tamanho da amostra), de modo que  $\beta$  fica determinado. Para um  $\alpha$  fixo um aumento de  $n$  ocasiona uma redução de  $\beta$ , isto é, amostra maior reduz a chance de cometermos o erro de não rejeitar a hipótese nula quando ela for falsa, para um tamanho fixo uma diminuição de  $\alpha$  acarreta um aumento de  $\beta$ , e reciprocamente um aumento de  $\alpha$  acarreta uma diminuição de  $\beta$ ; para reduzir ambos somente com aumento do tamanho da amostra. Eles são inversamente relacionados – à medida que um cresce o outro diminui.

A seguir estão exemplos de erros dos tipos I e II.

Decisão	Inocente	Culpado
Inocente	Decisão correta	Erro tipo II
Culpado	Erro tipo I	Decisão correta

O **erro do tipo I**, no caso, seria julgar o réu culpado se ele fosse realmente inocente, e o **erro do tipo II** seria julgá-lo inocente se ele fosse realmente culpado.

Decisão	Precisa operar	Não precisa operar
Opera	Decisão correta	Erro tipo II
Não opera	Erro tipo I	Decisão correta

O **erro tipo I** seria não operar o paciente no caso em que ele precisasse ser operado, e o **erro do tipo II** seria operar quando o paciente não precisasse ser operado.

Os testes de hipótese servem para provar que uma hipótese é falsa, mas não ajudam muito a provar que seja verdadeira. Mesmo que aceitemos a hipótese nula isto não significa que não haja outra hipótese igualmente válida

---

para os dados; para nos convenceremos de que nossa hipótese seja realmente verdadeira devemos ter condições para rejeitar todas as hipóteses competidoras.

Se a diferença entre o que esperamos de acordo com a hipótese nula e o que observamos em uma amostra é demasiadamente grande para ser razoavelmente atribuída ao acaso, rejeitamos a hipótese nula. Se a diferença entre o que esperamos e o que observamos é suficientemente pequena para ser atribuída ao acaso dizemos que o resultado não é estatisticamente significativo, ou simplesmente não é significativo. Aceitamos, então, a hipótese nula. Chamamos hipótese nula a qualquer hipótese estabelecida especificamente para vermos se ela pode ser rejeitada. Isto é comum mesmo fora da Estatística – em Direito Penal se presume que o réu seja inocente até que se prove que ele é realmente culpado, a suposição da inocência é uma hipótese nula.

A razão da escolha da hipótese nula de forma que sua rejeição prove o que queremos afirmar, é que geralmente é muito mais fácil provar que algo é falso do que provar que algo é verdadeiro. Por exemplo: alguém afirma que todos os seis mil alunos de uma escola pesam mais que 50 quilos. Para mostrar que esta afirmação é verdadeira temos que pesar todos os alunos, mas para provar que ela é falsa basta encontrarmos um aluno que tenha menos de 50 quilos, o que deve ser menos difícil de fazer.

Com relação à escolha entre **z** e **t**, tem-se que, para amostras com reduzido número de observações (30 ou menos) a aproximação à distribuição normal não é a mais adequada, e usamos, então, a distribuição **t**. A diferença principal entre elas é que a distribuição **t** tem área maior nas caudas, o que resultará que, a um nível de confiança estabelecido, o valor de **t** será um pouco superior ao valor respectivo de **z**. Por outro lado, a distribuição normal não depende do tamanho da amostra, e a distribuição **t** depende. A distribuição normal padronizada **z** tem seus valores na **tabela 1**, e a distribuição **t** (de Student) está representada na **tabela 2**.

Na escala **z** tomamos a média como origem e o desvio padrão como medida de afastamento a partir da média; assim, **z** assume valores negativos para valores da variável inferiores à média e positivos para valores superiores à média; a média da distribuição vale zero, pois a média dista zero de si mesma.

Para pequenas amostras ( $n < 30$ ) tanto **t** como **z** exigem que a população tenha distribuição normal, o que, para amostras maiores, não é imperativo. Em presença de uma distribuição da população que se ajuste à distribuição normal, se utiliza **z** se conhecermos o  $\sigma_x$  e usaremos **t** quando conhecermos apenas **S<sub>x</sub>**. Se **n** for maior ou igual a 30 o valor de **t** pode ser aproximado pelo valor de **z**, pois que são aproximadamente iguais.

A estatística **t** utiliza a média amostral, que se torna mais e mais próxima da normal na medida em que o tamanho da amostra aumenta, mesmo quando a população não tem distribuição normal.

---

O procedimento geral para se aplicar um teste de hipótese é o que segue (em que o valor observado  $z_{\text{calc}}$  ou  $t_{\text{calc}}$  será comparado com o valor crítico  $z_{\text{tab}}$  ou  $t_{\text{tab}}$  correspondente ao nível de significância  $\alpha$ ):

- 1) estabelecer  $H_0$  e  $H_a$  (hipóteses nula e alternativa, respectivamente)
- 2) estabelecer  $\alpha$  relacionado a intervalo de confiança
- 3) dependendo de  $n$  escolher  $z$  ou  $t$ ; a partir do  $\alpha$  se chega ao  $z_{\text{tab}}$  ou  $t_{\text{tab}}$  utilizando a tabela  $z$  ou  $t$
- 4) se calcula

$$S_a^2 = [(n_1 - 1) S_1^2 + (n_2 - 1) S_2^2] / (n_1 + n_2 - 2)$$

e a estatística do teste é dada por

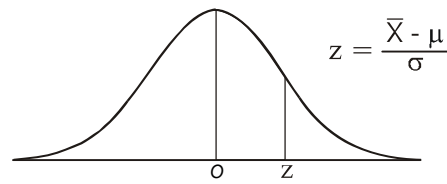
$$z_{\text{calc}} \text{ ou } t_{\text{calc}} = | (\text{Média}_1 - \text{Média}_2) | / S_a \cdot \sqrt{[(1/n_1) + (1/n_2)]}$$

- 5) comparar  $z_{\text{calc}}$  ou  $t_{\text{calc}}$  com  $z_{\text{tab}}$  ou  $t_{\text{tab}}$  correspondente
- 6) se os valores calculados forem maiores que os tabelados se rejeita  $H_0$ , caso contrário se aceita  $H_0$



**Figura 6 - Testes de Hipótese**

**Tabela 1 – Distribuição Normal Padronizada z**

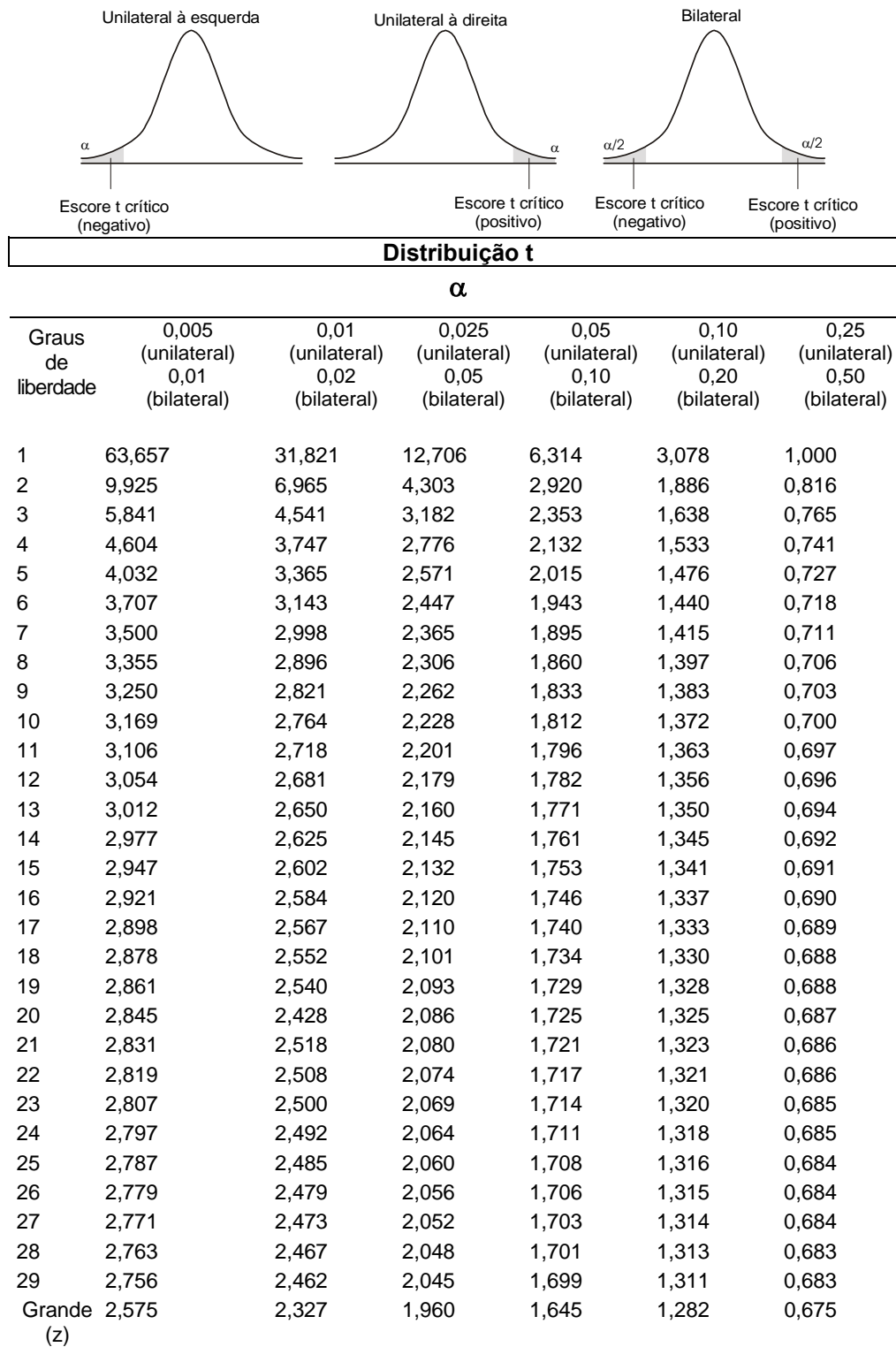


**Distribuição Normal Padronizada (z)**

z	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,0	0,0000	0,0040	0,0080	0,0120	0,0160	0,0199	0,0239	0,0279	0,0319	0,0359
0,1	0,0398	0,0438	0,0478	0,0517	0,0557	0,0596	0,0636	0,0675	0,0714	0,0753
0,2	0,0793	0,0832	0,0871	0,0910	0,0948	0,0987	0,1026	0,1064	0,1103	0,1141
0,3	0,1179	0,1217	0,1255	0,1293	0,1331	0,1368	0,1406	0,1443	0,1480	0,1517
0,4	0,1554	0,1591	0,1628	0,1664	0,1700	0,1736	0,1772	0,1808	0,1844	0,1879
0,5	0,1915	0,1950	0,1985	0,2019	0,2054	0,2088	0,2123	0,2157	0,2190	0,2224
0,6	0,2257	0,2291	0,2324	0,2357	0,2389	0,2422	0,2454	0,2486	0,2517	0,2549
0,7	0,2580	0,2611	0,2642	0,2673	0,2704	0,2734	0,2764	0,2794	0,2823	0,2852
0,8	0,2881	0,2910	0,2939	0,2967	0,2995	0,3023	0,3051	0,3078	0,3106	0,3133
0,9	0,3159	0,3186	0,3212	0,3238	0,3264	0,3289	0,3315	0,3340	0,3365	0,3389
1,0	0,3413	0,3438	0,3461	0,3485	0,3508	0,3531	0,3554	0,3577	0,3599	0,3621
1,1	0,3643	0,3665	0,3686	0,3708	0,3729	0,3749	0,3770	0,3790	0,3810	0,3830
1,2	0,3849	0,3869	0,3888	0,3907	0,3925	0,3944	0,3962	0,3980	0,3997	0,4015
1,3	0,4032	0,4049	0,4066	0,4082	0,4099	0,4115	0,4131	0,4147	0,4162	0,4177
1,4	0,4192	0,4207	0,4222	0,4236	0,4251	0,4265	0,4279	0,4292	0,4306	0,4319
1,5	0,4332	0,4345	0,4357	0,4370	0,4382	0,4394	0,4406	0,4418	0,4429	0,4441
1,6	0,4452	0,4463	0,4474	0,4484	0,4495	0,4505	0,4515	0,4525	0,4535	0,4545
1,7	0,4554	0,4564	0,4573	0,4582	0,4591	0,4599	0,4608	0,4616	0,4625	0,4633
1,8	0,4641	0,4649	0,4656	0,4664	0,4671	0,4678	0,4686	0,4693	0,4699	0,4706
1,9	0,4713	0,4719	0,4726	0,4732	0,4738	0,4744	0,4750	0,4756	0,4761	0,4767
2,0	0,4772	0,4778	0,4783	0,4788	0,4793	0,4798	0,4803	0,4808	0,4812	0,4817
2,1	0,4821	0,4826	0,4830	0,4834	0,4838	0,4842	0,4846	0,4850	0,4854	0,4857
2,2	0,4861	0,4864	0,4868	0,4871	0,4875	0,4878	0,4881	0,4884	0,4887	0,4890
2,3	0,4893	0,4896	0,4898	0,4901	0,4904	0,4906	0,4909	0,4911	0,4913	0,4916
2,4	0,4918	0,4920	0,4922	0,4925	0,4927	0,4929	0,4931	0,4932	0,4934	0,4936
2,5	0,4938	0,4940	0,4941	0,4943	0,4945	0,4946	0,4948	0,4949	0,4951	0,4952
2,6	0,4953	0,4955	0,4956	0,4957	0,4959	0,4960	0,4961	0,4962	0,4963	0,4964
2,7	0,4965	0,4966	0,4967	0,4968	0,4969	0,4970	0,4971	0,4972	0,4973	0,4974
2,8	0,4974	0,4975	0,4976	0,4977	0,4977	0,4978	0,4979	0,4979	0,4980	0,4981
2,9	0,4981	0,4982	0,4982	0,4983	0,4984	0,4984	0,4985	0,4985	0,4986	0,4986
3,0	0,4987	0,4987	0,4987	0,4988	0,4988	0,4989	0,4989	0,4989	0,4990	0,4990
3,1 ou mais	0,4999									

Obs.: Cada valor da tabela representa a proporção da área total situada entre zero e o valor positivo de z, sendo as áreas relativas aos valores negativos de z obtidas por simetria. Se o valor de z for 1,96 a área entre zero e z valerá 0,4750, e a área total entre -z e z valerá 0,95. Para z = 2,57 se tem uma área total de aproximadamente 0,99 entre -z e z.

**Tabela 2 – Distribuição t (de Student)**



Exemplo – Se o teste for unilateral, para a área marcada representar 0,05 da área total o valor de  $t$  será, com 20 graus de liberdade, igual a 1,725 (se o teste for bilateral o valor de  $t$  será 2,086)

---

## 9. TESTES BIVARIADOS E UNIVARIADOS

O teste mais comumente utilizado é o **teste bivariado**, que é o teste adotado quando não existe razão especial para esperar que as médias ou desvios padrão de duas amostras sejam diferentes. No caso de se suspeitar que a média ou o desvio padrão varie em apenas uma direção se deve usar o **teste univariado**. Neste caso dobra-se a probabilidade de acontecer o evento esperado. A incerteza de 5%, por exemplo, no teste bivariado, ou a probabilidade de 5% de que o valor crítico seja ultrapassado, será dividida em duas caudas, ou seja, 2,5% no final de cada cauda.

A tabela com apenas um lado da curva a um nível de confiança de 95% equivale a uma tabela da curva de dois lados a um nível de confiança de 90%. Pode ocorrer que num teste o limite de 2,5% não tenha sido ultrapassado e então, na seqüência, esse limite de 2,5% foi ampliado para 5% e pode ser ultrapassado com maior facilidade.

De forma resumida se tem que o teste direcional ou **one-tailed (unicaudal)** é o que testa se a média amostral é diferente ou não da média da população em uma direção específica, menor ou maior, e o teste não direcional ou **two-tailed (bicaudal)** testa somente se um valor é diferente de outro, independentemente de ser maior ou menor. É importante a decisão sobre se o teste a ser aplicado será direcional ou não direcional, pois um valor que cai na região de rejeição em um teste unicaudal pode não cair na região de rejeição em um teste bicaudal. Na prática se usa o unicaudal quando se tem uma boa razão técnica para esperar que a diferença deva ser em uma direção particular. Ao se utilizar o teste bicaudal (para  $\alpha = 0,05$ , por exemplo) é necessário procurar o valor tabelado sob a probabilidade de 0,025.

É importante salientar que só se pode estabelecer uma correspondência entre um intervalo de confiança e um teste de hipótese quando o teste for bilateral. Para mesmo  $\alpha$  e mesmo  $n$  (quantidade de observações da amostra) a prova unicaudal é mais precisa do que a bicaudal, e o teste bicaudal só deve ser utilizado quando não houver informação sobre o sentido da diferença (se para mais ou para menos).

---

## 10. DISTRIBUIÇÃO F

Para testar a hipótese de igual dispersão (medida pela variância da distribuição) se utiliza a razão das variâncias amostrais, o que pode ser feito pela **estatística F**. A **distribuição F** se constitui, na realidade, numa família de distribuições em que se exige o conhecimento de dois parâmetros, que são os graus de liberdade das variâncias amostrais no numerador e no denominador. O número de graus de liberdade do numerador é sempre mencionado em primeiro lugar, e a permuta dos números de graus de liberdade modifica a distribuição, daí ser importante manter a ordem, pois trocas alteram o valor obtido para a estatística **F**. As distribuições **F** assimétricas à direita, e como as variâncias amostrais não podem ser negativas a estatística **F** assume apenas valores positivos, a distribuição **F** não tem probabilidades correspondentes a valores negativos. O pico da curva de densidade de **F** está próximo de 1. Quando as duas populações têm o mesmo desvio padrão, as duas variâncias amostrais têm aproximadamente o mesmo valor, de modo que **F** toma um valor próximo de 1. Valores de **F** muito afastados de 1 em uma ou outra direção constituem evidência contra a hipótese de desvios padrão iguais.

Para executar o teste se determina, primeiramente, a estatística do teste, que vale

$$F = \text{maior variância} / \text{menor variância}$$

ou seja, definimos como população 1 a que apresenta a maior das variâncias observadas, o que implica que o valor obtido para **F** será sempre igual ou maior que um. No seguimento se compara o valor de **F** com o valor crítico de tabela, e se duplica os níveis de significância da tabela para obter o nível de significância para o teste **F** bicaudal; por fim se faz um teste de hipótese pela comparação entre os valores calculado e tabelado, testando-se se a diferença entre as variâncias comparadas é significativa ou não ao nível de significância escolhido. Para identificar uma distribuição **F** específica devemos indicar os graus de liberdade do numerador e do denominador. Para determinar o valor crítico escolhemos  $\alpha$  para teste unilateral ou metade dele para bilateral, e buscamos a intersecção da coluna com os graus de liberdade da primeira amostra com a linha com os graus de liberdade da segunda.

Ao testarmos uma hipótese sobre as variâncias de duas populações admitimos que elas são independentes e distribuídas normalmente, o que é muito importante dado o fato de este teste ser extremamente sensível a desvios da normalidade, o que pode levar à rejeição de uma hipótese nula pela razão errada.

---

## 11. TESTE DE QUI – QUADRADO

O **teste do qui quadrado** (representado por  $\chi^2$ ) é aplicável a situações em que se dispõe de variáveis qualitativas com duas ou mais categorias, podendo ser utilizado para verificar se uma determinada distribuição se ajusta a uma distribuição teórica (que recebe o nome de esperada – neste caso se chama de teste de aderência), e também para comparar duas ou mais populações com relação a uma variável categórica.

Inicialmente se dispõe os dados em uma tabela de dupla entrada contendo os números de sucesso e de falhas. É uma tabela **l x c**, em que **l** representa linhas e **c** representa colunas. Para testar a hipótese nula comparamos os valores observados em uma tabela de dupla entrada com os valores esperados, isto é, os valores que esperaríamos obter se a hipótese nula fosse verdadeira. Se os valores observados se revelarem muito diferentes dos valores esperados (dentro dos limites do teste, ou seja, ao nível de significância escolhido) se conclui haver evidência contra a hipótese nula.

O valor esperado em qualquer cela de uma tabela de dupla entrada, quando a hipótese nula é verdadeira, vale

$$\text{Valor esperado} = (\text{total da linha}) \times (\text{total da coluna}) / (\text{total da tabela})$$

É mais simples de se compreender se pensarmos na **estatística qui quadrado** como uma medida da distância entre os valores observados e os valores esperados, e como qualquer distância ela somente pode assumir valores iguais ou maiores que zero, sendo zero somente quando os valores observados são exatamente iguais aos valores esperados. Grandes valores de  $\chi^2$  constituem evidência contra a hipótese nula, uma vez que são o resultado de valores observados muito diferentes dos valores que deveríamos esperar se a hipótese nula fosse verdadeira. O **teste qui quadrado** é unicaudal, e uma **distribuição qui quadrado** fica definida por um parâmetro, que é o seu número de graus de liberdade. A hipótese nula pressupõe que não há relação entre duas variáveis categóricas.

Podemos aplicar com segurança o teste qui quadrado quando não mais de 20% dos valores esperados são inferiores a 5 e todos os valores individuais esperados são um ou mais, todos os quatro valores esperados em uma tabela 2 x 2 devem ser 5 ou mais. A estatística qui quadrado é o quadrado da estatística **z**. A fórmula para o qui quadrado é

$$\chi^2 = \sum (\mathbf{O} - \mathbf{E})^2 / \mathbf{E}$$

onde **O** representa valores observados e **E** representa valores esperados.

O problema que se quer solucionar com a aplicação do qui quadrado é saber se as freqüências observadas são compatíveis com as freqüências esperadas, de acordo com alguma teoria utilizada.



Como exemplo, suspeita-se haver mais peças defeituosas segunda e sexta feira que nos outros dias. A tabela a seguir mostra os resultados disponíveis para estudo:

	Peças defeituosas	Peças aceitáveis
Segunda feira	16	132
Terça feira	4	140
Quarta feira	5	138
Quinta feira	2	149
Sexta feira	13	126

A hipótese nula estabelece que a chance de uma peça ser defeituosa independe do dia da semana. Na tabela seguinte estão os valores observados e esperados (entre parênteses):

	Peças defeituosas	Peças aceitáveis
Segunda feira	16(8,1)	132(139,8)
Terça feira	4(7,9)	140(136,0)
Quarta feira	5(7,8)	138(135,1)
Quinta feira	2(8,3)	149(142,6)
Sexta feira	13(7,6)	126(131,3)

O  $\chi^2$  tabelado vale 20,1, havendo  $(5 - 1) \times (2 - 1)$  graus de liberdade, ou seja, quatro. O valor tabelado para 95% de confiabilidade é 9,48, se rejeita a hipótese nula.

Caso de alunos de uma universidade, relacionando sexo e área de atuação profissional escolhida:

	Ciências Humanas	Ciências Exatas	Totais
Masculino	48	52	100
Feminino	45	25	70
Totais	93	77	170

A amostra tem 100 homens e 70 mulheres, dos 170 houve 93 que optaram por Ciências Humanas e 77 por Ciências Exatas. Espera-se que a proporção de alunos que optam por certa área seja a mesma para os dois sexos, se estivermos testando a hipótese de que o sexo não influencia na escolha. No caso, como 93 em 170 escolhem Ciência Humanas, e isto vale 54,7%, se espera igual proporção para homens e mulheres, ou seja, 55 e 38 respectivamente, ficando com Ciências Exatas 45 e 32. Foi calculado um valor de  $\chi^2$  igual a 4,79, com um grau de liberdade a 95% de confiabilidade se obteve 3,84, rejeitamos a hipótese de que o sexo não influencie na escolha, ou seja, há uma tendência maior de as mulheres optarem por Ciências Humanas e os homens por Ciências Exatas nesta universidade testada.

---

Um outro exemplo diz respeito à obtenção de flores de determinadas cores, o resultado foi a obtenção de 120 flores de cor magenta com estigma verde, 48 flores magenta com estigma vermelho, 36 flores vermelhas com estigma verde e 13 flores vermelhas com estigma verde. A teoria de Gregor Mendel diz que a relação deveria ser 9:3:3:1, então o caso é de se testar se o experimento comprova a teoria, as probabilidades sendo 9/16, 3/16, 3/16 e 1/16, as ocorrências esperadas seriam 122, 41, 41 e 14 flores, respectivamente. O valor de  $\chi^2$  foi 1,9, e se tem três graus de liberdade, o valor tabelado é 7,8, ou seja, com base neste teste a teoria de Mendel não é aplicável aos dados do experimento feito com as flores.

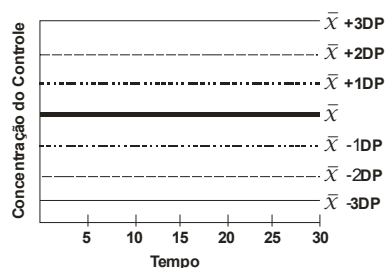
---

## 12. GRÁFICOS DE CONTROLE DE SHEWHART

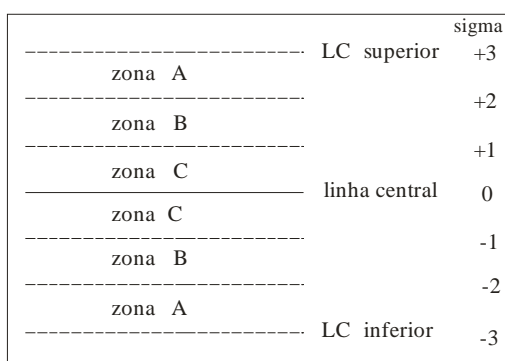
**Gráficos de Controle** são ferramentas estatísticas que auxiliam no monitoramento da exatidão e da precisão dos resultados gerados em laboratórios. Diz-se que um processo (no caso, um conjunto de medidas feitas em determinado procedimento de laboratório) está controlado estatisticamente quando a exatidão e a precisão se fazem presentes, e esta presença pode ser detectada pelo fato de que tanto a média quanto o desvio padrão fornecem resultados compatíveis com as previsões feitas para os seus valores quando da repetição dos procedimentos de laboratório ocorridos durante certo tempo. Este controle de processo significa que as medidas que estão sendo feitas estão sujeitas apenas a variações aleatórias características do próprio atributo que está sendo alvo de medições, e a ausência de controle nos alerta para a presença de erros, os quais precisam ser identificados e, no seguimento, associados às suas fontes causadoras. Processos classificados como fora de controle precisam sofrer alterações para que retornem à situação de controle. Para o uso desta ferramenta deve ser assumido que os erros analíticos tenham distribuição gaussiana, ou seja, possam ser estudados à luz dos valores de média aritmética e desvio padrão dos dados obtidos. Em realidade se utiliza a expressão identificação de erro quando queremos nos referir a uma situação em que os resultados obtidos em determinado método analítico sofreram alterações dignas de nota.

Os **Gráficos de Controle**, também chamados de **Cartas de Controle de Shewhart**, foram criados por Walter Shewhart em 1924 para estudo das variações que ocorrem durante um certo tempo; ele concentrou seus estudos sobre a média (medida de tendência central) e sobre o desvio padrão (medida de dispersão) dos processos analisados.

As **Cartas de Shewhart** são gráficos cartesianos nos quais aparecem plotados os valores da média aritmética e da amplitude obtidos em determinado caso de estudo, havendo linhas horizontais que recebem o nome de limites de controle, sendo os pontos situados externamente a estas linhas identificadores de problemas ou erros. As linhas que aparecem nestas cartas são as que representam a média aritmética e duplas de linhas que representam, respectivamente, afastamentos da média de um, dois e três desvios padrão, em cada par de linhas que representa um limite se tem uma delas acima da média e outra abaixo da média. Em outras palavras, um par de linhas é traçado sobre os valores da média aritmética  $\pm$  um desvio padrão, criando um espaço igual a dois desvios padrão que contém cerca de 68,2% dos dados disponíveis, de acordo com a distribuição normal, outro par é construído sobre os valores da média aritmética  $\pm$  dois desvios padrão, o espaço gerado tem distância de quatro desvios padrão entre seus valores máximo e mínimo, contendo cerca de 95,4% dos dados, e um terceiro par entre a média aritmética  $\pm$  três desvios padrão, distância entre eles de seis desvios padrão e contendo cerca de 99,7% dos dados. As **figuras 7 e 8** mostram a representação destes intervalos. Quando se diz que um determinado intervalo dos antes referidos contém um certo percentual dos dados se faz, na realidade, uma referência a um modelo teórico, que é o da distribuição normal, e se está falando de probabilidade de ocorrência, em caso de ajuste dos dados disponíveis ao modelo de distribuição gaussiano.



**Figura 7 – Carta de Controle de Shewhart**



**Figura 8 – Carta de Controle de Shewhart**

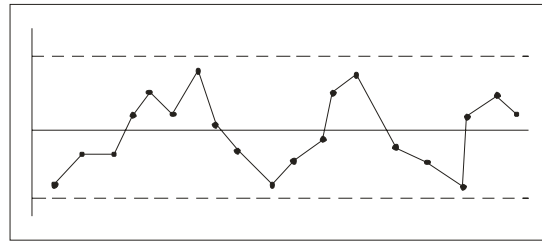
A escolha destes limites condiciona as probabilidades de ocorrência dos **erros tipo I** e **tipo II**, sendo o **erro do tipo I** interpretado como sendo um alarme falso, identificando de forma incorreta, por não ser verdadeira, a atuação de fatores nocivos sobre o processo, e o **erro do tipo II** representa a incapacidade de detecção de uma situação realmente fora de controle. Maior distância entre os extremos da região limite escolhida, ou seja, quanto mais desvios padrão ao redor da média tomamos, menor a probabilidade de erro tipo I, aumentando, em consequência, a probabilidade de ocorrência de erro do tipo II.

O termo regra de controle é adotado na bibliografia para representar um determinado critério de decisão a ser tomado quando valores relativos a determinadas medidas apresentam valores considerados discrepantes do esperado. Na seleção das regras de controle é necessário que se determine o nível de significância (de 0,05, ou 0,01, por exemplo) ou índice de confiabilidade (de 95% ou 99%, respectivamente, para o mesmo exemplo). É comum a utilização dos termos fora de controle e sob controle para caracterizar processos que tenham valores fora e apenas dentro dos limites estabelecidos, respectivamente, ou também se diz que o processo não atende ou atende às especificações exigidas para a situação.

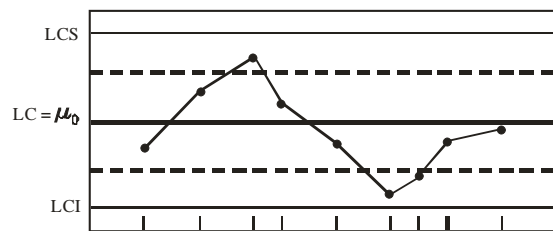
Medidas de laboratório cujos valores estiverem, na Carta de Shewhart, situadas fora do limite formado pelas linhas traçadas sobre a média aritmética  $\pm$  três desvios padrão estão na zona denominada de **zona de ação**, ou seja, é exigida uma ação para a identificação e/ou correção da fonte geradora deste valor; medidas situadas fora dos limites gerados por média aritmética  $\pm$  dois desvios padrão estão fora do que se denomina **limites de aviso**. A **figura 9** mostra o que se chama de processo controlado, a **figura 10** mostra um processo com pontos entre o segundo e terceiro intervalos, e a **figura 11**

---

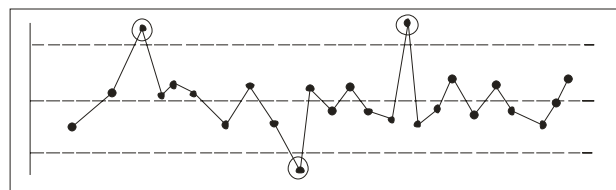
mostra pontos circundados que apontam valores definidos como fora de controle.



**Figura 9 – Processo Controlado**



**Figura 10 – Pontos em Zona de Ação**



**Figura 11 – Processo Fora de Controle**

Em Estatística amostras maiores se refletem em maior confiabilidade das inferências, o que se reflete no estudo por meio das Cartas de Shewhart, onde uma quantidade maior de repetições gera uma maior sensibilidade do resultado.

As justificativas principais para o uso das Cartas de Shewhart na análise de dados gerados em procedimentos de laboratórios são o controle ao atendimento às normas da qualidade, o acompanhamento de erros sistemáticos no processo (presença de viés), determinação da incerteza envolvida no processo de medida e, também, a preservação em forma gráfica da memória do processo.

Os dois casos mais frequentes são a utilização de pequenas amostras tomadas em curtos intervalos de tempo e grandes amostras coletadas em intervalos de tempo relativamente grandes, sendo o primeiro caso o mais utilizado nas indústrias.

---

## 13. OUTLIERS

A identificação de valores pertencentes a um conjunto de dados que possam ser caracterizados como *outliers* (ou valores aberrantes, segundo alguns autores de língua portuguesa), bem como o tratamento que se deve dar a eles é tema importante no tratamento estatístico de dados. *Outliers* são tão diferentes dos demais valores disponíveis para estudo que se pode suspeitar que sejam oriundos de alguma falha ou mesmo anormalidade na aplicação do teste aplicado, ou ainda estar-se na presença de uma observação que não pertence ao grupo de estudo.

Existem vários métodos para se fazer este estudo, um deles propõe classificar como *outliers* os dados que estão na área correspondente a 1% da curva de distribuição, o que pressupõe que sempre se terá *outliers* entre os dados, outro propõe eliminar todos os valores que estejam a uma distância da média maior que três desvios padrão (muito similar ao anterior), o que tem limitações porque tanto a média quanto o desvio padrão são afetados pelos *outliers*, outro propõe transformar os dados (logaritmos, raiz quadrada). A transformação ou eliminação de dados são ferramentas importantes mas não devem ser de aplicação rotineira e freqüente, até porque certas transformações, como logaritmo, por exemplo, exigem determinadas características com valores não nulos. Outro ponto a considerar é que ao se adotar uma transformação a relação da nova variável com as demais variáveis originais sofre modificações. Outra opção é a utilização de métodos não paramétricos, com a utilização de estatística robusta (mediana, *inter quartile range*). Neste caso, chamando-se **Q3** ao terceiro quartil, **Q1** ao primeiro quartil, e **IQR** à diferença (**Q3 – Q1**), seriam classificados como *outliers* aos valores inferiores a (**Q1 – 1,5 IQR**) e superiores a (**Q3 + 1,5 IQR**).

Um fato sem contestação é que a presença de *outliers* nos dados afeta as conclusões tiradas a partir do exame estatístico, são afetados os valores médios, as medidas de dispersão e as correlações com outras variáveis de interesse. O que não se deve fazer é simplesmente ignorar a presença dos *outliers*, nem tampouco apenas eliminá-los sem descobrir a razão de sua presença nos dados, sob pena de chegarmos a conclusões que não dizem respeito nem ao grosso dos dados nem aos valores mais elevados. Até alguns anos atrás as medições que se referiam à existência do buraco na camada de ozônio eram tratadas como *outliers* e eram automaticamente descartadas.

Dentre as várias possíveis fontes deste tipo de dado se pode citar a presença de erros analíticos, contaminação, erros de digitação e/ou transcrição de resultados, e erros de interpretação, como classificar erroneamente determinado grupo, incluindo seus valores em outro grupo.

---

## 14. TESTE DO ESCORE $z$ MODIFICADO

Este teste tem sido usado de forma mais extensiva que o teste que considera como *outlier* simplesmente os valores que superam a soma da média aritmética com três desvios padrão, ou a média menos três desvios padrão, pois que tanto a média como o desvio padrão são, já, afetados pela presença do *outlier*.

O teste do escore  $z$  modificado usa estimadores robustos, como a mediana, o que garante não terem sido os valores utilizados para definir um *outlier* afetados pelo mesmo.

Por meio de um exemplo (tabela que segue) montaremos uma verificação da presença de um *outlier* com este teste.

Dado original ( $X_i$ )	$ X_i - X_m $	$z_i$
3,2	0,1	- 0,34
3,3	0,0	0,00
8,1	4,8	16,19
3,2	0,1	- 0,34
2,9	0,4	- 1,35
3,7	0,4	1,35
3,1	0,2	- 0,67
3,5	0,2	0,67
3,3	0,0	0,00
9,2	5,9	19,90

1º passo - se calcula a mediana dos dados brutos, que vale 3,3

2º passo – se determina a coluna com os valores dos desvios absolutos, definida por  $|X_i - X_m|$

3º passo – se determina a **MAD**, ou média aritmética dos desvios absolutos, valores que constam da coluna criada no passo anterior, que vale 0,2 neste caso

4º passo – se calcula os valores de  $z$  modificado para cada observação, gerando a coluna três da tabela anterior; este valor é representado por  $z^*_i$ , que vale

$$z^*_i = 0,6745 (X_i - X_m) / MAD$$

para a terceira observação se tem  $z^*_i = 0,6745 (8,1 - 3,3) / 0,2 = 16,19$

para a quarta observação se tem  $z^*_i = 0,6745 (3,2 - 3,3) / 0,2 = - 0,34$

para a oitava observação se tem  $z^*_i = 0,6745 (9,2 - 3,3) / 0,2 = 19,90$

5º passo – se considera como *outliers* valores de  $|z^*_i| > 3,5$ , ou seja, no caso estudado são considerados *outliers* os valores relativos a 16,19 e 19,90 da terceira coluna.

---

## 15. TESTE DE GRUBBS

Este teste é utilizado para dados que seguem a distribuição lognormal. Usaremos um exemplo para a sua utilização. É um teste definido como sendo principalmente para testar variabilidade entre laboratórios.

Dado original ( $X_i$ )	Ln ( $X_i$ )	Com rank
2,15	0,77	0,77
11,76	2,46	1,14
5,08	1,63	1,63
3,12	1,14	2,19
12,87	2,55	2,46
32,13	3,47	2,55
219	5,39	2,98
19,69	2,98	3,47
179	5,19	3,87
9609	9,17	4,31
327	5,79	4,62
74,2	4,31	5,19
102	4,62	5,39
47,8	3,87	5,79
8,97	2,19	9,17

1º passo – calcular a média e o desvio padrão dos dados já transformados em logaritmos naturais, respectivamente 3,70 e 2,17

2º passo – colocar os dados logtransformados em ordem crescente, com rank

3º passo – se houver suspeita de *outlier* para o menor valor se faz

$$\tau = [\text{Média} - X_1] / S$$

se houver suspeita de *outlier* para o maior valor se faz

$$\tau = [X_n - \text{Média}] / S$$

No presente exemplo, suspeitando-se do maior valor se tem

$$\tau_{15} = [9,17 - 3,70] / 2,17 = 2,52$$

4º passo – para um  $\alpha = 0,05$  se determina o  $\tau$  crítico para  $n = 15$ , no caso 2,409

5º passo – se o valor calculado for maior que o crítico se rejeita a hipótese nula e se conclui que o dado testado é um *outlier*; no caso presente, se rejeita a hipótese nula e o valor testado é um *outlier*.



A **tabela 3** contém os valores críticos para o teste de Grubbs, com  $\alpha$  valendo 0,10, 0,05, 0,025, 0,01 e 0,005, unicaudais, ao se usar teste bicaudal se deve adotar a mesma tabela com o dobro das probabilidades  $\alpha$ ; esta tabela tem incrementos unitários para tamanhos de amostra entre 3 e 40 observações e incrementos de 10 unidades entre amostras com 40 a 140 observações.

$n \backslash \alpha$	0.10	0.05	0.025	0.01	0.005
3	1.148	1.153	1.155	1.155	1.155
4	1.425	1.463	1.481	1.492	1.496
5	1.602	1.672	1.715	1.749	1.764
6	1.729	1.822	1.887	1.944	1.973
7	1.828	1.938	2.020	2.097	2.139
8	1.909	2.032	2.126	2.221	2.274
9	1.977	2.110	2.215	2.323	2.387
10	2.036	2.176	2.290	2.410	2.482
11	2.088	2.234	2.355	2.485	2.564
12	2.134	2.285	2.412	2.550	2.636
13	2.175	2.331	2.462	2.607	2.699
14	2.213	2.371	2.507	2.659	2.755
15	2.247	2.409	2.549	2.705	2.806
16	2.279	2.443	2.585	2.747	2.852
17	2.309	2.475	2.620	2.785	2.894
18	2.335	2.504	2.651	2.821	2.932
19	2.361	2.532	2.681	2.854	2.968
20	2.385	2.557	2.709	2.884	3.001
21	2.408	2.580	2.733	2.912	3.031
22	2.429	2.603	2.758	2.939	3.060
23	2.448	2.624	2.781	2.963	3.087
24	2.467	2.644	2.802	2.987	3.112
25	2.486	2.663	2.822	3.009	3.135
26	2.502	2.681	2.841	3.029	3.157
27	2.519	2.698	2.859	3.049	3.178
28	2.534	2.714	2.876	3.068	3.199
29	2.549	2.730	2.893	3.085	3.218
30	2.563	2.745	2.908	3.103	3.236
31	2.577	2.759	2.924	3.119	3.253
32	2.591	2.773	2.938	3.135	3.270
33	2.604	2.786	2.952	3.150	3.286
34	2.616	2.799	2.965	3.164	3.301
35	2.628	2.811	2.979	3.178	3.316
36	2.639	2.823	2.991	3.191	3.330
37	2.650	2.835	3.003	3.204	3.343
38	2.661	2.846	3.014	3.216	3.356
39	2.671	2.857	3.025	3.228	3.369
40	2.682	2.866	3.036	3.240	3.381
50	2.768	2.956	3.128	3.336	3.483
60	2.837	3.025	3.199	3.411	3.560
70	2.893	3.082	3.257	3.471	3.622
80	2.940	3.130	3.305	3.521	3.673
90	2.981	3.171	3.347	3.563	3.716
100	3.017	3.207	3.383	3.600	3.754
110	3.049	3.239	3.415	3.632	3.787
120	3.078	3.267	3.444	3.662	3.817
130	3.104	3.294	3.470	3.688	3.843
140	3.129	3.318	3.493	3.712	3.867

**Tabela 3 – Valores Críticos de Grubbs**

---

## 16. TESTE DE DIXON

O teste de Dixon para valores extremos é um teste para detectar a presença de *outliers* nos dados, este teste atenta para a diferença entre os valores máximo e mínimo e seus valores vizinhos, é gerada uma razão  $r$  à qual é atribuída uma certa distribuição. O teste de Dixon é usado mais comumente na detecção de pequenas quantidades de *outliers*, e recomendado quando o número de observações está entre 3 e 25; os dados são ordenados de modo crescente e uma estatística é computada para o maior ou menor valor, suspeito de ser um *outlier*. Depois de estabelecido um nível de significância se o compara com um valor de tabela, se for menor que certo valor crítico a hipótese nula não é rejeitada, ou seja, aceita-se a hipótese de não existência de *outliers*, se a hipótese nula for rejeitada (valor calculado maior que o valor crítico) se conclui que o valor testado é um *outlier*. Para testar a existência de outros *outliers* se repete o teste, mas o poder deste teste diminui à medida que o número de repetições do mesmo aumenta.

Alguns autores citam que o teste de Dixon não é mais recomendado por haver melhores opções disponíveis.

A aplicação do teste de Dixon está exemplificada a seguir.

1º passo – os dados devem ser ordenados de forma crescente, sendo o menor valor o de ordem 1, e o maior valor o de ordem  $N$

2º passo – chama-se  $Z$  ao valor numérico do dado de ordem  $N$ , ou seja,  $Z(1)$  é o valor numérico do menor resultado e  $Z(N)$  é o valor numérico do resultado de maior valor numérico,  $Z(N - 1)$  é o valor do penúltimo dado em ordem crescente de valor numérico; ao se proceder ao teste ( $Q$ ) se chama  $QM$  ao valor mais elevado (suspeito de ser *outlier*) e  $Qm$  ao valor menor (suspeito de ser *outlier*).

3º passo – procede-se ao teste de Dixon, de acordo com três situações:

havendo entre 3 e 7 observações

$$QM = [Z(N) - Z(N - 1)] / [Z(N) - Z(1)]$$

$$Qm = [Z(2) - Z(1)] / [Z(N) - Z(1)]$$

havendo entre 8 e 12 observações

$$QM = [Z(N) - Z(N - 1)] / [Z(N) - Z(2)]$$

$$Qm = [Z(2) - Z(1)] / [Z(N - 1) - Z(1)]$$

havendo entre 13 e 25 observações

$$QM = [Z(N) - Z(N - 2)] / [Z(N) - Z(3)]$$

$$Qm = [Z(3) - Z(1)] / [Z(N - 2) - Z(1)]$$

---

Havendo mais de 25 observações o teste não está definido, deve-se buscar outra solução. A **tabela 4** apresenta os valores críticos do teste de Dixon para valores de  $\alpha$  iguais a 0,10, 0,05 e 0,01 unicaudais, para o caso bicaudal deve-se usar os mesmos valores críticos mas duplicando as probabilidades nos cabeçalhos das colunas. Esta tabela é válida ao se aplicar o teste de Dixon para conjuntos de dados que se ajustem à distribuição normal.

**Tabela 4 - Valores Críticos de Dixon**

n	$\alpha = 0,10$	$\alpha = 0,05$	$\alpha = 0,01$
3	0,886	0,941	0,988
4	0,679	0,765	0,889
5	0,557	0,642	0,780
6	0,482	0,560	0,698
7	0,434	0,507	0,637
8	0,479	0,554	0,683
9	0,441	0,512	0,635
10	0,409	0,477	0,597
11	0,517	0,576	0,679
12	0,490	0,546	0,642
13	0,467	0,521	0,615
14	0,492	0,546	0,641
15	0,472	0,525	0,616
16	0,454	0,507	0,595
17	0,438	0,490	0,577
18	0,424	0,475	0,561
19	0,412	0,462	0,547
20	0,401	0,450	0,535
21	0,391	0,440	0,524
22	0,382	0,430	0,514
23	0,374	0,421	0,505
24	0,367	0,413	0,497
25	0,360	0,406	0,489

---

## 17. TESTE DE COCHRAN

O teste de Cochran é definido como sendo um teste para estudar variabilidade interna de um laboratório.

O teste de Cochran é definido pela **estatística C**, que vale

$$C = S_{\text{máx}}^2 / \sum_{i=1}^p S_i^2$$

onde  $S_{\text{máx}}$  é o desvio padrão máximo no conjunto; a hipótese nula parte do princípio que a **estatística C** tem uma distribuição aproximada à de qui quadrado com **(m – 1) graus de liberdade**, onde **m** representa o número de variáveis. O teste de Cochran é afetado pela não normalidade dos dados, e usa uma tabela específica, a tabela de Cochran. O teste de Cochran é uma variante do teste **t** (de Student, que compara conjuntos cujas variabilidades não sejam muito diferentes entre si), quando as amostras apresentam diferenças de variabilidade, verificada por um teste **F**.

Resumidamente o teste de Cochran exige a ordenação crescente para cada conjunto de duas repetições, aplicar a fórmula anteriormente apresentada e comparar o valor obtido com o valor tabelado para este teste, se o valor da fórmula for menor que o tabelado não há dispersão, se for maior que o tabelado se diz haver dispersão quanto à amplitude.

Consideraremos os dados que seguem, tomados em amostras de oito observações cada, para exemplificar o teste de Cochran.

	A	B	C	D
Média	2,75	3,50	6,25	9,00
Variância	2,214	0,857	1,071	1,714
Desvio Padrão	1,488	0,926	1,035	1,309

O valor de **C** será  $2,214 / 5,856 = 0,378$  com 4 grupos e 7 graus de liberdade, que são respectivamente **k** e **(n – 1)**, quatro conjuntos e cada conjunto com oito valores. O valor crítico para **C**, considerado um  $\alpha$  igual a 0,05, é de 0,5365. Em conclusão, se rejeita a hipótese nula de que as variâncias sejam iguais. Os valores críticos de Cochran estão na **tabela 5**.

## Tabela 5 – Valores Críticos de Cochran

Estas tabelas contêm os **valores críticos (C)** do teste de Cochran para homogeneidade de variâncias de amostras de igual tamanho. Todos os valores das duas tabelas devem ser divididos por 10.000, ou seja, elas contêm apenas a parte decimal, a parte inteira vale sempre zero. Assim, na tabela relativa a  $\alpha = 0,05$ , para **graus de liberdade (GL)** valendo 5 e dois grupos o valor tabelado vale 0,8772.

### $\alpha = 0,05$

Nº grupos	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
GL																	
1	9985	9669	9065	8412	7808	7271	6798	6385	6020	5410	4709	3894	3434	2929	2370	1737	0998
2	9750	8709	7679	6838	6161	5612	5157	4775	4450	3924	3346	2705	2354	1980	1567	1131	0632
3	9392	7977	6841	5981	5321	4800	4377	4027	3733	3264	2758	2205	1907	1593	1259	0895	0495
4	9057	7457	6287	5441	4803	4307	3910	3584	3311	2880	2419	1921	1656	1377	1082	0765	0419
5	8772	7071	5895	5065	4447	3974	3595	3286	3029	2624	2195	1735	1493	1237	0968	0682	0371
6	8534	6771	5598	4783	4184	3726	3362	3067	2823	2439	2034	1602	1374	1137	0887	0623	0337
7	8332	6530	5365	4564	3980	3535	3185	2901	2666	2299	1911	1501	1286	1061	0827	0583	0312
8	8159	6333	5175	4387	3817	3384	3043	2768	2541	2187	1815	1422	1216	1002	0780	0552	0292
9	8010	6167	5017	4241	3682	3259	2926	2659	2439	2098	1736	1357	1160	0958	0745	0520	0279
10	7880	6025	4884	4118	3568	3154	2829	2568	2353	2020	1671	1303	1113	0921	0713	0497	0266
16	7341	5466	4366	3645	3135	2756	2462	2226	2032	1737	1429	1108	0942	0771	0595	0411	0218
36	6602	4748	3720	3066	2612	2278	2022	1820	1655	1403	1144	0879	0743	0604	0462	0316	0165
144	5813	4031	3093	2513	2119	1833	1616	1446	1308	1100	0889	0675	0567	0457	0347	0234	0120
$\infty$	5000	3333	2500	2000	1667	1429	1250	1111	1000	0833	0667	0500	0417	0333	0250	0167	0083

### $\alpha = 0,01$

Nº grupos	2	3	4	5	6	7	8	9	10	12	15	20	24	30	40	60	120
GL																	
1	9999	9933	9676	9279	8828	8376	7945	7544	7175	6528	5747	4799	4247	3632	2940	2151	1225
2	9950	9423	8643	7885	7218	6644	6152	5727	5358	4751	4069	3297	2821	2412	1915	1371	0759
3	9794	8831	7814	6957	6258	5685	5209	4810	4469	3919	3317	2654	2295	1913	1508	1069	0585
4	9586	8335	7212	6329	5635	5080	4627	4251	3934	3428	2882	2288	1970	1635	1281	0902	0489
5	9373	7933	6761	5875	5195	4659	4226	3870	3572	3099	2593	2048	1759	1454	1135	0796	0429
6	9172	7606	6410	5531	4866	4347	3932	3592	3308	2861	2386	1877	1608	1327	1033	0722	0387
7	8988	7335	6129	5259	4608	4105	3704	3378	3106	2680	2228	1748	1495	1232	0957	0668	0357
8	8823	7107	5897	5037	4401	3911	3522	3207	2945	2535	2104	1646	1406	1157	0898	0625	0334
9	8674	6912	5702	4854	4229	3751	3373	3067	2813	2419	2002	1567	1388	1100	0853	0594	0316
10	8539	6743	5536	4697	4084	3616	3248	2950	2704	2320	1918	1501	1283	1054	0816	0567	0302
16	7949	6059	4884	4094	3529	3105	2779	2514	2297	1961	1612	1248	1060	0867	0668	0461	0242
36	7067	5153	4057	3351	2858	2494	2214	1992	1811	1535	1251	0960	0810	0658	0503	0344	0178
144	6062	4230	3251	2644	2229	1929	1700	1521	1376	1157	0934	0709	0595	0480	0363	0245	0125
$\infty$	5000	3333	2500	2000	1667	1429	1250	1111	1000	0833	0667	0500	0417	0333	0250	0167	0083

---

## 18. TESTE DE DOERFFEL

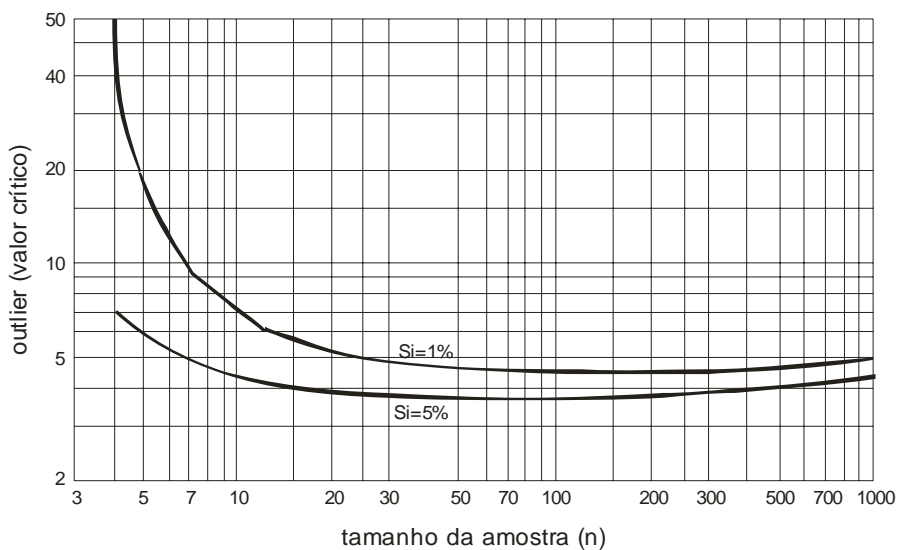
É um teste de simples aplicação introduzido por Doerffel em 1967 e confirmado por Dean & Dixon em 1981, e citados por Wellmer (1998). É utilizado para pequenos conjuntos de dados, e é representado basicamente por

$$Q = (X_a - X_r) / R$$

em que  $X_a$  é o valor que se suspeita seja um *outlier*,  $X_r$  é o valor adjacente (mais próximo) dele,  $R$  representa a amplitude dos dados (valor máximo – valor mínimo), e  $Q$  é o valor do teste. O valor testado será aceito se o  $Q$  calculado for inferior ao valor tabelado por Doerffel (1967) e por Dean & Dixon (1981), em tabela reproduzida a seguir.

n (tamanho)	Q de Doerffel ( $\alpha = 0,05$ )	Q de Dean & Dixon ( $\alpha = 0,05$ )
3	0,97	0,94
4	0,84	0,76
5	0,73	0,64
6	0,64	0,56
7	0,59	0,51
8	0,54	0,47
9	0,51	0,44
10	0,49	0,41

Doerffel havia, anteriormente (em 1962), proposto um método para a detecção de *outliers* baseado em um diagrama, o valor é considerado aberrante por este método se superar a soma (média aritmética + desvio padrão  $\times g$ ), sendo que a média aritmética e o desvio padrão devem ser calculados sem o valor suspeito (pois que ele afeta estes valores), e o valor de  $g$  pode ser obtido a partir de um diagrama específico para isto, este valor representa o *threshold* de um valor aberrante; este diagrama está representado na **figura 12**.



**Figura 12 - Valores Críticos de Doerffel**

---

Wellmer (1998) apresenta um exemplo de aplicação com os valores expressos em WO(%) iguais a 0,8, 1,4, 0,7, 2,4, 4,6, 2,1 e 1,5, sendo o valor 4,6% suspeito de ser um *outlier*, o valor adjacente a ele vale 2,4%. A aplicação do teste:

$$Q = (X_a - X_r) / R$$

$$(4,6 - 2,4) / (4,6 - 0,7) = 2,2 / 3,9 = 0,56$$

Escolhendo-se o nível de significância ( $S_i = 5\%$ ) se verifica que o valor de **Q** é menor que o valor de **S<sub>i</sub>** correspondente, logo o valor 4,6 é aceitável, ou seja, não deve ser classificado como um *outlier*.

---

## 19. CORRELAÇÃO LINEAR

O conceito de correlação se refere a uma associação numérica entre duas variáveis, não implicando necessariamente uma relação de causa e efeito ou mesmo a existência de uma estrutura com interesses práticos. Se a representação gráfica das duas variáveis em um sistema cartesiano resulta em pontos alinhados, se ajustando a uma reta, se está na presença de uma relação linear.

O **coeficiente de correlação linear** é representado por  $r$ , e os valores de  $r$  variam entre **-1 (correlação inversa)** e **+1 (correlação direta)**, sendo o valor zero representativo de ausência de correlação linear. O coeficiente de correlação linear é uma medida da intensidade da relação linear entre duas variáveis, e mede o grau de relacionamento linear entre os dados emparelhados das variáveis **X** e **Y** em uma amostra, e recebe o nome de **Momento-Produto de Pearson**.

O valor  $r^2$  representa a parte da variância total de **X** e **Y** que pode ser explicada pela sua relação linear, e se tem

$$r^2 = \text{variância explicada} / \text{variação total}$$

ou

$$r^2 = (\text{variação total} - \text{variação não explicada}) / (\text{variação total})$$

Assim,  $r^2$  é a proporção da variação total em **Y** explicada pelo ajuste da regressão, e é chamado **coeficiente de determinação**. Se verificarmos, entre duas variáveis **X** e **Y**, um valor de  $r$  igual a 0,7 ter-se-á  $r^2 = 0,49$ , ou seja, o grau de dependência de **Y** em relação a **X** será de 49%; isto significa que 51% da variação total permanece não explicada.

Muitas variáveis são expressas em percentagens e somam 100%, o que dificulta estudos de correlação linear. Quando um cresce o outro obrigatoriamente decresce, o que resulta, como consequência, altos valores negativos para  $r$ . Igualmente difíceis de interpretar são as razões. Sempre que possível deve-se evitar o estudo de correlações entre razões diretamente. O fato de termos um valor de  $r$  igual a zero não significa que não exista correlação entre as variáveis; significa, isto sim, que elas não têm, entre si, apenas a correlação linear.

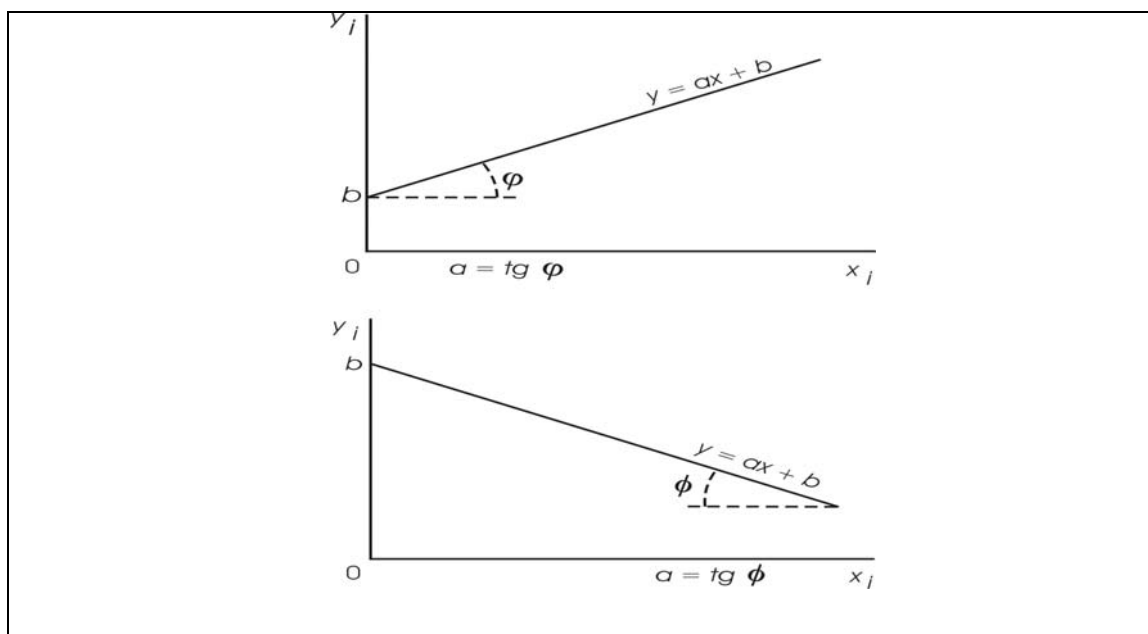


---

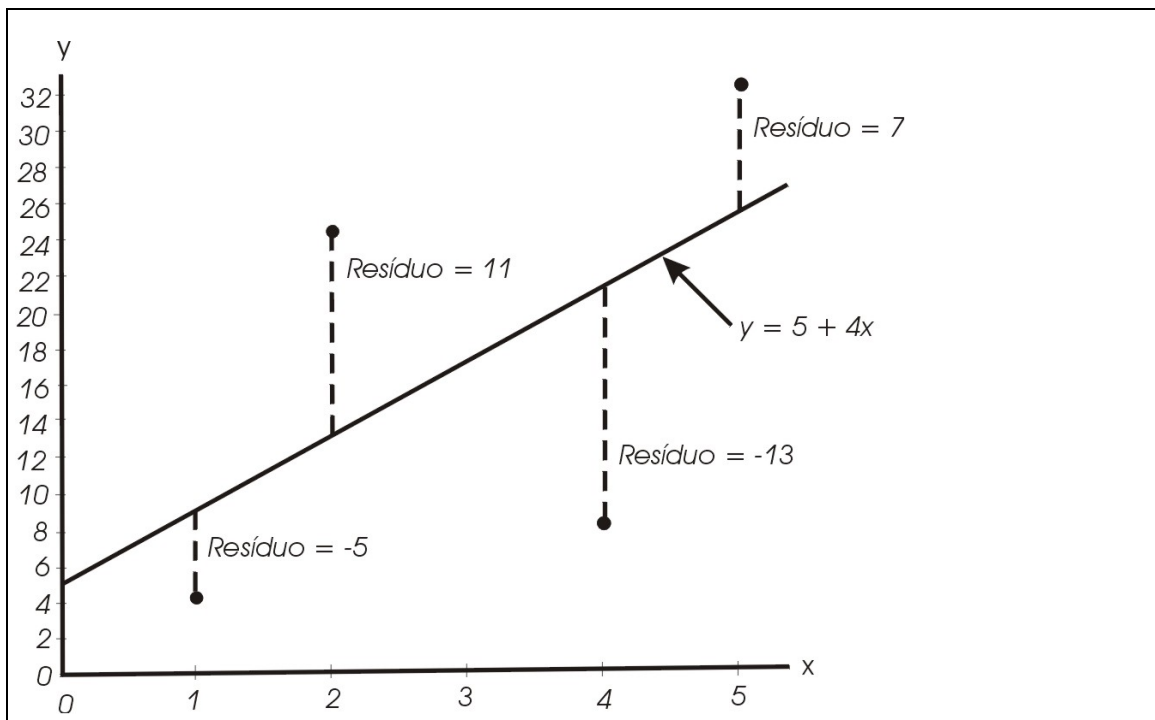
## 20. REGRESSÃO LINEAR

Só se deve utilizar a regressão se a correlação entre as variáveis for significativa. A correlação mede a força ou grau de relacionamento entre duas variáveis, e a regressão fornece uma equação que descreve o relacionamento entre elas em termos matemáticos. O ideal seria a previsão, em função da relação existente, dos valores exatos de uma variável, mas o que se consegue é apenas prever valores médios, ou valores esperados.

O **método dos mínimos quadrados** é um método de ajuste de pontos a uma reta, e se baseia em que a reta resultante do ajuste seja tal que a soma dos quadrados das distâncias verticais dos pontos à reta seja mínima, esta reta recebe o nome de reta dos mínimos quadrados, reta de regressão ou reta de regressão estimada, sendo os valores de **a** e **b** da equação da reta estimados com base em dados amostrais.



**Figura 13 - Reta de Regressão**



**Figura 14 - Mínimos Quadrados e Resíduos**

---

## 21. REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Andriotti, J. L. S. – 2005 – Fundamentos de estatística e geoestatística. Editora Unisinos, 2<sup>a</sup> edição, 168 p.
- Conklin, J. D. – 2003 – Quality progress. Internet, 5 p.
- Fallon, A. & Spada, C. – 1997 – Detection and accommodation of outliers in normally distributed data sets. Internet, 10 p.
- Hirata, Y. S. – 2002 – Gráficos de controle para laboratórios de ensaios. *Biológico*, vol. 64, n. 2, p. 183 – 185
- Levinson, A. A. – 1974 – Introduction to exploration geochemistry. Applied Publishing Ltd., USA, 614 p.
- Michel, R. & Fogliatto, F. S. – 2002 – Projeto econômico de cartas adaptativas para monitoramento de processos. *Gestão & Produção*, vol. 9, n. 1, p. 17 – 31
- Rohlf, F. J. & Sokal, R. R. – 1989 – Statistical tables. W. H. Freeman and Co., 2<sup>nd</sup> ed.
- Vaessen, H. A. M. G. & van de Kamp, C. G. de – 1989 – Sodium and potassium assay of foods and biological substrates by atomic absorption spectroscopy (AAS). *Pure & Applied Chem.*, vol. 38, n.1, p. 113 – 120
- Van Dyck, K. *et al.* – 2000 – Spectrometric determination of silicon in food and biological samples: an interlaboratory trial. *J. Anal. At. Spectrom.*, vol. 15, p. 735 – 741
- WELLMER, F. -W. – 1998 – Statistical evaluations in exploration for mineral deposits. Springer – Verlag, 379 p.

---

# Companhia de Pesquisa de Recursos Minerais

## **Sede**

SGAN Quadra 603-Conjunto "J", Parte A, 1º andar  
Cep: 70830-030 Brasília DF  
Telefones: (61) 3223-1166; 3224-2069(PABX)  
Fax: (61)3225-3985  
E-mail: [cprmsede@df.cprm.gov.br](mailto:cprmsede@df.cprm.gov.br)

## **Escritório Rio**

Av. Pasteur, 404 Urca - Cep: 22290-240  
Rio de Janeiro - RJ  
Telefones:(21) 2295 5337 - (21)2295 0032 (PABX)  
Fax: (021)2542 3647  
E-Mail: [cprm@rj.cprm.gov.br](mailto:cprm@rj.cprm.gov.br)

## **Diretoria de Relações Institucionais e Desenvolvimento - DRI**

Telefone: (21)2295 5837  
Fax: (21)2295 5947

## **Departamento de Apoio Técnico - DEPAT**

Telefone: (21)2295 5297  
Fax: (21)2295 5947

## **Divisão de Documentação Técnica**

Telefones: (21)2295 5997  
Fax (21)2295 5897  
E-Mail: [seus@cprm.gov.br](mailto:seus@cprm.gov.br)

## **Superintendência Regional de Belém**

Av. Dr. Freitas, 3645 - Marco - Cep: 66095-110  
Belém - PA  
Telefones: (91)276 6976 - (91)276 8577 (PABX)  
Fax: (91)276 4020  
E-Mail: [sureg@cprm-be.gov.br](mailto:sureg@cprm-be.gov.br)

## **Superintendência Regional de Belo Horizonte**

Av. Brasil, 1731 - Funcionários - Cep: 30140-002  
Belo Horizonte - MG  
Telefones: (31)3261 3037 - (31)3261 0391 (PABX)  
Fax: (31)3261 5585  
E-Mail: [suregbh@bh.cprm.gov.br](mailto:suregbh@bh.cprm.gov.br)

## **Superintendência Regional de Goiânia**

Rua 148, 485 - Setor Marista - Cep: 74170-110  
Goiânia - GO  
Telefones: (62)281 1342 - (62)281 1522 (PABX)  
Fax: (62)281 1709  
E-Mail: [cprmgo@terra.com.br](mailto:cprmgo@terra.com.br)

## **Superintendência Regional de Manaus**

Av. André Araújo, 2160 - Aleixo - Cep: 69060-001  
Manaus - AM  
Telefones: (92)2126 0301 - (92)2126 0300(PABX)  
Fax: (92)2126 0319  
E-Mail: [suregma@cprm-ma.gov.br](mailto:suregma@cprm-ma.gov.br)

## **Superintendência Regional de Porto Alegre**

Rua Banco da Província, 105 - Cep: 90840-030  
Porto Alegre - RS  
Telefones: (51)3233 4643 - (51)3233 7311 (PABX)  
Fax: (51)3233 7772  
E-Mail: [sureg@pa.cprm.gov.br](mailto:sureg@pa.cprm.gov.br)

## **Superintendência Regional de Recife**

Av. Sul, 2291 Afogados - Cep: 50770-011  
Recife - PE  
Telefones: (81)3428 1511 - (81)3422 6448 (PABX)  
Fax: (81)3447 4467  
E-Mail: [cprm@fisepe.pe.gov.br](mailto:cprm@fisepe.pe.gov.br)

## **Superintendência Regional de Salvador**

Av. Ulisses Guimarães, 2862  
Centro Administrativo da Bahia - Cep: 41213-000  
Salvador - BA  
Telefones: (71)230 0025 - (71)230 9977 (PABX)  
Fax: (71)371 4005  
E-Mail: [suregsa@sa.cprm.gov.br](mailto:suregsa@sa.cprm.gov.br)

## **Superintendência Regional de São Paulo**

Rua Costa, 55 Cerqueira Cezar - Cep: 01304-010  
São Paulo - SP  
Telefone: (11)3257 6430 - (11)3258 4744 (PABX)  
Fax: (11)3256 8430  
E-Mail: [cprmsp@cprm.gov.br](mailto:cprmsp@cprm.gov.br)

## **Residência de Fortaleza**

Av. Santos Dumont, 7700 - 4º andar - Papicu  
Cep: 60150-163 - Fortaleza - CE  
Telefones: (85)3246 1642 - (85)3246 1242 (PABX)  
Fax: (85)3246 1686  
E-Mail: [refort@fo.cprm.gov.br](mailto:refort@fo.cprm.gov.br)

## **Residência de Porto Velho**

Av. Lauro Sodré, 2561 - Bairro Tanques  
Cep: 78904-300 - Porto Velho - RO  
Telefones: (69)223 3165 - (69)223 3544 (PABX)  
Fax: (69)2215435  
E-Mail: [secretaria@pv.cprm.gov.br](mailto:secretaria@pv.cprm.gov.br)

## **Residência de Teresina**

Rua Goiás, 321 - Sul - CEP: 64001-570  
Teresina - PI  
Telefones: (86)222 6963 - (86)222 4153 (PABX)  
Fax: (86)222 6651  
E-Mail: [cprm@te.cprm.gov.br](mailto:cprm@te.cprm.gov.br)

